

são preferíveis 10 contagens repartidas por toda a superfície do que 10 contagens por rotação. Igualmente é melhor realizar 10 contagens em 10 superfícies diferentes do que 100 sobre a mesma superfície.

A ampliação total deverá ser escolhida conforme o tamanho dos cristais de alite, normalmente os maiores. Em regra não deverão coincidir mais do que dois pontos consecutivos sobre o mesmo cristal.

A precisão duma determinação quantitativa depende de vários factores que podem ser considerados os mesmos que os dos processos clássicos de integração [22]. No entanto graças à natureza da indicação, ponto fora ou dentro do grão, o processo de contagem pontual permite uma interpretação simples mediante um nomograma (fig. 9), pelo qual se pode deduzir o erro médio absoluto  $r_{abs}$  em função da percentagem de cada constituinte e do número total de acertos realizados.

Para as contagens utiliza-se uma máquina somadora eléctrica, associada a uma platina automática, da firma J. Swift & Son de Londres (Swift Automatic Point Counter) (fig. 10). A cada constituinte do clínquer faz-se corresponder um pulsador da somadora, de modo que, ao actuar sobre o botão respectivo, aumenta de 1 unidade a sua correspondente soma parcial e a do pulsador totalizador. Os pulsadores, além de actuarem sobre a somadora, podem ainda accionar a platina automática deslocando-a numa direcção. O deslocamento na direcção vertical é realizado manualmente.

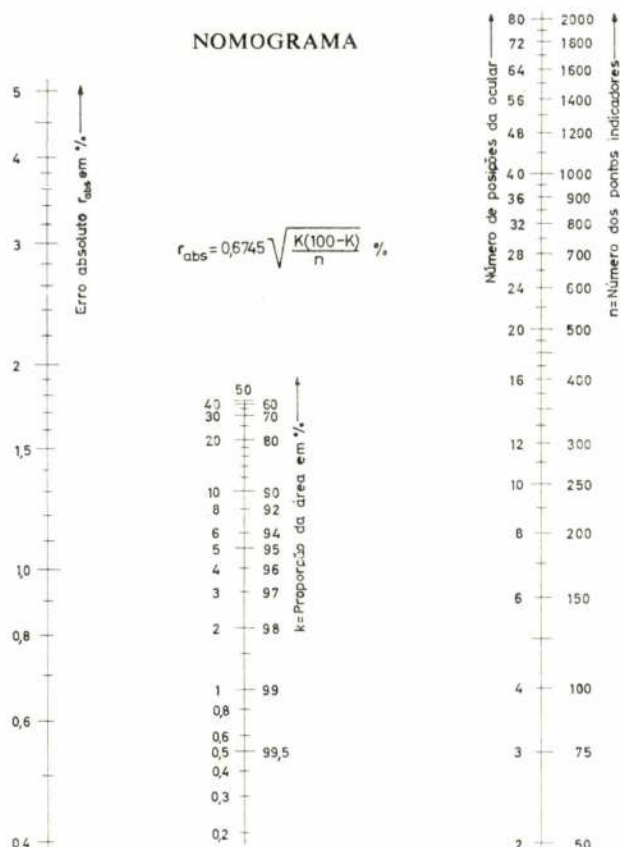


Fig. 9 — Nomograma para determinação do erro absoluto  $r$  nas contagens com a ocular integradora (Zeiss)

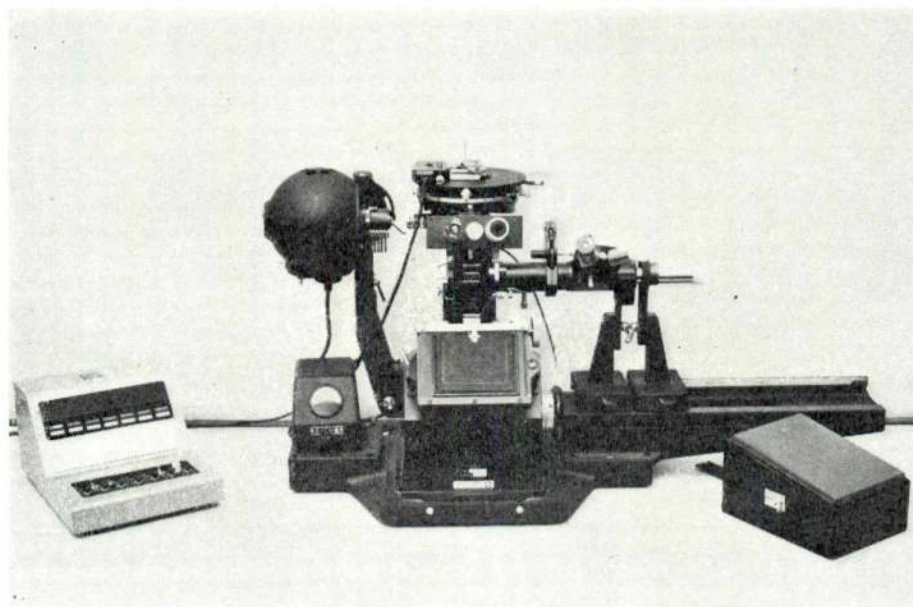


Fig. 10 — Microscópio metalográfico Reichert e contador automático associado

## 5.2. — Exemplos práticos de cálculo das percentagens

O provete a analisar, convenientemente polido e atacado com água destilada e nital, é montado na porta-

-amostra especial e colocado sobre a platina automática. O microscópio é da marca Reichert equipado com câmara fotográfica universal «Me F» (fig. 10). A objectiva empregada é, em geral, a Fluor 85/0,85.

A platina é deslocada de modo a focar a superfície do provete próximo dum dos seus extremos, atribui-se uma fase a cada pulsador e procede-se à contagem premindo os botões respectivos. Fazendo deslocar a platina, de modo a cobrir toda a superfície visível, realizam-se novas contagens até conseguir um número total de acertos dentro do valor previamente escolhido.

Por ex., do nomograma da fig. 9 verifica-se que para uma percentagem das áreas de 40 % são necessários cerca de 1200 pontos indicadores para obter um erro médio absoluto não superior a 1 %.

Em geral, preparam-se 4 provetes de cada amostra e fazem-se duas determinações quantitativas em cada provete.

1.º Exemplo: Clínquer A

— Registo dos valores lidos no contador

Alite	Belite	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	CaO	Poros	Total
Provete A <sub>1</sub>						
56 760	32 290	7 330	10 860	2 150	4 720	4 080
57 525	23 545	7 338	10 995	2 161	4 853	5 437
765	255	58	135	11	133	1 357
58 513	23 771	7 444	11 146	2 164	5 005	7 013
988	226	56	151	3	152	1 576
Provete A <sub>2</sub>						
59 401	24 023	7 517	11 307	2 178	5 142	8 537
888	252	73	161	14	137	1 525

— Cálculo das percentagens

	N.º de pontos	N.º pontos × densidade	% ponderal
Alite .....	765	765 × 3,13 = 2394	60,6
Belite .....	255	255 × 3,28 = 836	21,1
C <sub>3</sub> A .....	58	58 × 3,04 = 176	4,5
C <sub>4</sub> AF .....	135	135 × 3,77 = 509	12,9
CaO .....	11	11 × 3,35 = 37	0,9
Poros .....	133		
	1 357	3 952	

$$\text{Porosidade} = \frac{133}{1\,357} \times 100 = 9,8\%$$

Efectuam-se os cálculos para todas as determinações de modo análogo e toma-se a média, que representará a composição do clínquer A. Os valores obtidos estão reunidos no quadro 3

QUADRO 3  
Determinação quantitativa das fases para o clínquer A

Constituintes	% ponderais									Desvio médio %
	A 1		A 2		A 3		A 4		Média	
Alite	60,6	67,5	64,3	65,3	62,0	60,5	60,7	61,2	62,7	2,2
Belite	21,1	16,2	18,4	16,8	18,5	23,9	20,9	20,4	19,5	2,1
C <sub>3</sub> A	4,5	3,7	4,1	4,4	4,9	3,3	4,2	5,2	4,3	0,5
C <sub>4</sub> AF	12,9	12,4	12,1	12,7	13,5	11,4	13,9	12,9	12,7	0,6
CaO	0,9	0,2	1,1	0,8	1,1	1,0	0,3	0,3	0,7	0,3

## 2.º Exemplo: Cimento B

No caso do cimento, dado que é uma mistura e o que se conta microscópicamente é o clínquer, ter-se-á que introduzir uma correcção aos valores obtidos directamente das contagens microscópicas. Assim, supondo que haverá apenas a descontar o teor em gesso e algum inerte, o factor de correcção será:

$$f = \frac{L}{100}$$

com  $L = 100 - (1,7 \text{ SO}_3 + \text{PR} + \text{RI})$

em que:

$\text{SO}_3$  = % de  $\text{SO}_3$  no cimento

PR = perda ao rubro, em %, do cimento

RI = resíduo insolúvel, em %, do cimento

Efectuando os cálculos para o cimento B, obtêm-se os valores indicados no quadro 4 (média de 8 determinações).

QUADRO 4

Composição de fases do cimento B

Fases	Composição do clínquer do cimento B (% ponderais)	Composição do cimento B (%) $f = 0,95$
Alite	61,5	58,5
Belite	21,4	20,3
$\text{C}_3\text{AF}$	3,7	3,5
$\text{C}_4\text{A}$	13,2	12,5
CaO	0,1	0,1

Se se compararem os resultados obtidos com a composição potencial, calculada segundo as fórmulas de Bogue, para as amostras consideradas, verifica-se que a microscopia fornece sistematicamente valores mais elevados para a alite e valores bastante mais baixos para o aluminato tricálcico. Estes desvios em relação à composição potencial foram confirmados por difracção de raios X (quadro 5).

QUADRO 5

Composição de fases das amostras A e B

Fases	Clínquer A			Cimento B		
	Mic.	Bogue	Dif. - RX	Mic.	Bogue	Dif. - RX
$\text{C}_3\text{S}$	62,8	55	64,4	58,5	52	58,0
$\text{C}_2\text{S}$	19,5	21	18,4	20,3	23	26,7
$\text{C}_3\text{A}$	4,3	10,1	4,2	3,5	9,7	4,0
$\text{C}_4\text{AF}$	12,7	9,5	9,6	12,5	9,5	9,2

### 5.3 — Precisão dos resultados

Para avaliar a reprodutibilidade dos resultados da determinação microscópica, calcularam-se os desvios

médios verificados na análise de 4 clínqueres e 4 cimentos (quadro 6).

QUADRO 6

Desvios médios verificados em algumas determinações quantitativas

Fases	Clínqueres		Cimentos	
	Desvio máx. %	Desvio médio %	Desvio máx. %	Desvio médio %
$\text{C}_3\text{S}$	2,7	2,0	1,5	1,0
$\text{C}_2\text{S}$	2,9	1,9	1,9	1,2
$\text{C}_3\text{A}$	0,9	0,5	0,6	0,4
$\text{C}_4\text{AF}$	0,8	0,7	0,9	0,5
CaO	0,7	0,5	0,3	0,3



Pode considerar-se a dispersão dos valores como aceitável. É muito provável que com uma maior experiência na utilização do método e um acabamento ainda mais perfeito das superfícies polidas se consiga melhorar a precisão.

## 6 - CONSIDERAÇÕES GERAIS E CONCLUSÕES

Como se pode concluir do exposto a microscopia óptica apresenta-se como um instrumento utilíssimo no estudo de clínqueres e cimentos pelo seu duplo aspecto:

— Qualitativo, facultando a observação directa da estrutura do clínquer e elucidando sobre os fenómenos que ocorrem no decurso de clínquerização e arrefecimento e condições de preparação do cru e do cimento. Pode constituir, portanto, um excelente meio de controle durante o processo de fabricação do clínquer e de informação sobre a qualidade do cimento.

— Quantitativo, permitindo uma determinação directa das proporções dos constituintes do clínquer.

Das determinações quantitativas já realizadas pode concluir-se que a reprodutibilidade dos resultados é aceitável. É de prever uma melhoria com um melhor acabamento das superfícies polidas e mais experiência na utilização do processo.

Quanto à exactidão do método, no sentido de indicar a composição real do clínquer, aquele inspirará certamente mais confiança, pois representa valores medidos directamente, do que uma composição calculada por fórmulas baseadas em hipóteses de compostos puros e condições de equilíbrio que nunca se verificam na prática. Algumas insuficiências se podem, no entanto, apontar ao método microscópico quantitativo:

— É baseado numa distribuição estatística, pressupondo, por isso, uma homogeneidade perfeita na repartição das fases nos grãos de clínquer.

— As percentagens ponderais são deduzidas de percentagens em superfície e através de valores de densidades aproximadas para as diferentes fases.

— Exige uma preparação atenta e um polimento perfeito da superfície dos provetes, o que se consegue com cuidados especiais, mas que requer prática e certa habilidade manual do operador.

No caso especial do cimento, devido à sua grande finura, há ainda que considerar mais dois aspectos importantes:

— Mesmo com grande ampliação é impossível identificar as partículas muito finas.

— Durante o processo de endurecimento da resina sintética de impregnação, pode dar-se uma certa separação granulométrica das partículas do cimento.

## NOTAÇÃO ABREVIADA UTILIZADA

C — CaO  
S — SiO

A —  $Al_2O_3$   
F —  $Fe_2O_3$   
N —  $Na_2O$   
K —  $K_2O$   
M — MgO  
 $C_3S$  —  $3CaO.SiO_2$   
 $C_2S$  —  $2CaO.SiO_2$   
 $C_3A$  —  $3CaO.Al_2O_3$   
 $C_4AF$  —  $4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3$

## BIBLIOGRAFIA

- [1] — TAVASCI, B — Observacion microscópica del clinker con luz reflejada.
- [2] — INSLEY, H; FRÉCHETE, V. D — Microscopy of Ceramics and Cements, Academic Press Inc., New York, 1955.
- [3] — PRATAS, M. J. — Estudo microscópico de clínqueres e cimentos nacionais. Relatório LNEC, Proc. 39/III, Março de 1955.
- [4] — MIDGLEY, H. G. — The Formation and Phase Composition of Portland Cement Clinker.
- [5] — GUINIER, A; REGOURD, M — Structure des minéraux du ciment portland. «Revue des Matériaux», n.º 643, 1969, p. 129-142, n.º 644, p. 184-191, n.º 645-646, p. 216-222.
- [6] — LEHMANN, H.; NIESEL, K; THORMANN, P. — Die Stabilitätsbereiche der Modifikationen des Dicalciumsilikats. «Tonindustrie Zeitung», vol. 93, n.º 6, 1969 p. 197-209.
- [7] — Mikroskopie des Zementklinkers. Bilderatlas, Düsseldorf, Beton-Verlag Gmb, 1965.
- [8] — ALÈGRE, R; TERRIER, P — La Microscopie du Clinker au C. E. R. I. L. H. Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie des Liants Hydrauliques, Publ. Techn. n.º 88, 1957.
- [9] — FERNANDEZ PARIS, J. M. — Microscopia del clínker de cemento portland. Manuals y normas del Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1968.
- [10] — TAVASCI, B — Macrografia del clinker di cement portland. «Industria Italiana del Cemento», Março 1938.
- [11] — SANTARELLI, L. — Aspetti chimico-fisici del processo di cottura del cemento portland. «La Chimica e l'Industria», Jun. 1953, p. 299.
- [12] — PADILLA, E. — Alterazioni nella struttura mineralogica di clinker sottoposti a prolungate ricotture. «L'Industria Italiana del Cemento», Out. 1956.
- [13] — LHOPITALIER, P.; JAMES L.-M. — Le clinker de ciment artificiel vu au microscope en lumière réfléchie. «Revue des Matériaux», n.º especial, Out. 1950, p. 17-28.
- [14] — TERRIER, P.; HORNAIN, H. — Sur l'application des méthodes minéralogiques à l'industrie des liants hydrauliques. «Revue des Matériaux», n.º 619, 1967, p. 123-139.
- [15] — GILLE, F. — Zur Mikroskopie des Zements. «Zement-Kalk-Gips», n.º 4, 1955, p. 128-138.

- [16] — KRÄMER, H — Klinkerungleichgewichte und ihre Ursachen. «Zement-Kalk-Gips», n.º 8, 1957, p. 305-314.
- [17] — KRÄMER, H. — Vergleichende mikroskopische Untersuchungen an Zementklinkern. «Zement — Kalk-Gips», n.º 12, 1960, n.º 572-579.
- [18] — TROJER, F. — Der gegenwärtige Stand des Phasenaufbaues der Portlandzementklinker. «Zement-Kalk — Gips». n.º 5, 1966, p. 207-215.
- [19] — NITZSCHE, H.G. — Mikroskopische Untersuchungen an technischen und labor-Zementklinkern. «Tonindustrie — Zeitung», n.º 2, 1962, p. 25-30.
- [20] — CALLEJA, J.; FERNANDEZ PARIS, J. M. — Contribución al estudio microscópico de la estructura del clinker de cemento portland. «Materiales de Construcción, últimos avances», n.º 131, 1968, p. 43-57.
- [21] — MINERBE, M.; TERRIER, P. — Un oculaire d'integration pour l'analyse microscopique du clinker. Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie des Liantes Hydrauliques. Pub. téc. n.º 94, 1958.
- [22] — HENNIG, A. — Considérations critiques sur les mesures de volume et de surface en microscopie. «Bull. Technique Zeiss» n.º 30, 1958, p. 78-87.
- [23] — KRÄMER, H. — Optische quantitative Phasenbestimmung in Klinkern und Zementen. «Zement — Kalk-Gips», n.º 5, 1961, p. 207-212.
- [24] — MIDGLEY, H. G.; DHARMADHIKARI, P. V. — The point counting method for the quantitative determination of the silicate phases in portland cement clinker. Building Research Station, Note EN 54, 1964.

## **MESUCORA 73 — EXPOSIÇÃO INTERNACIONAL E CONGRESSO**

### **64.ª EXPOSIÇÃO DE FÍSICA**

Mantendo uma tradição já bem estabelecida, o Congresso MESUCORA 73 acompanhará a 5.ª exposição internacional do mesmo nome (medida, registo, regulação, automatismo) e realizar-se-á igualmente no C. N. I. T., em Puteaux, Paris, de 11 a 18 de Abril de 1973.

É evidente que os temas seleccionados não têm a pretensão de abranger todo o domínio de MESUCORA. Foram escolhidos para fazer ressaltar em determinados sectores a mudança ou pelo menos a evolução dos aparelhos e dos sistemas de medida e de automatismo sob a influência das novas possibilidades tecnológicas e das exigências de todos os que têm de medir, registar ou automatizar.

Os temas em discussão serão:

- *Novos processos de medida nas linhas de tensão muito elevada*
- *Medidas electrónicas de grandezas eléctricas*
- *Sistemas de protecção electrónicos*
- *Evolução das medidas no domínio médico*
- *Evolução da concepção e das possibilidades dos aparelhos electrónicos de medidas de laboratório*
- *Análise e cálculo de pressões («contraintes»)*
- *Metrologia de precisão = dois casos particulares*  
*Os pequenos calculadores no campo da medida*
- *Fiabilidade e segurança de funcionamento na medida e registo industrial*

Estes temas serão estudados em oito comunicações tratando dos sistemas centralizados de recolha de medidas e dos sistemas de regulação.

Serão oferecidas facilidades para a organização de mesas redondas e para a multiplicação de contactos entre conferencistas e auditores.

Informações complementares sobre o Congresso:

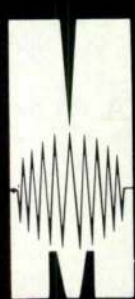
DELEGAÇÃO DOS SALÕES ESPECIALIZADOS FRANCESES  
AV. DEFENSORES DE CHAVES, 41, 6.º-D. — LISBOA



# FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO INFORMAÇÕES
Diagnostic Testing of H. V. Power Apparatus in Service	London, 6 - 8 Março - 73 IEE Savoy Place London, WC 2R OBL Inglaterra
INEL — MEDEX (6.º Salão Internacional de Electrónica Industrial e 2.º Salão Internacional de Electrónica Médica e de Engenharia Biológica)	Bâle, 6 - 10 Março - 73 4000 Bâle 21
Intherm 73 Feira Internacional de Calefação, Ar Condicionado e Protecção do Ambiente	Stuttgart, R. F. A. 7-11/3/73
Feira Internacional de Ferragens	Colónia, 9 - 11 Março 1973 Inf. Câmara de Comércio Luso Alemã, Lx.
Bauma — Exposição de Máquinas para Construção	Munique, 10 - 18/3
Colóquio sobre aplicações das constantes nucleares à ciência e à tecnologia	Paris, 12 - 16/3/73 Inf. Agência Internacional de Energia Atómica 11, Karntner Rinz BP - 590 A - 1011 Viena
VIII Jornadas do Centro de Documentação do Vidro Têxtil e dos Plásticos reforçados	Paris, 13 - 15/3/73
Satelite systems for mobile communication and surveillance	Londres, 13 - 15 Março - 73 IEE
Conferência Internacional sobre deformação e cisão de moléculas de polímeros	Londres, 26 - 29/3/73
Colóquio sobre as novidades em produtos radio farmacêuticos e compostos marcados	Copenhaga 26 - 30/3/73
Europlástica 73	Bruxelas, 31/3 a 8/4
FILGRÁFICA	Lisboa, 7 - 15 Abril - 73 FIL
Feira Suíça de amostras	Basileia, 7 - 17 Abril - 73
Propagation of radio waves at frequencies above 10 GHz	London, 10 - 13 Abril - 73 IEE Savoy Place London. WC2R OBL Inglaterra
Hungaroplast' 73 — Exposição Internacional de Plásticos	Budapeste 11 - 16/4/73
Simpósio sobre resinas e betão	Londres, 17 - 18/4/73
Congresso Int. sobre o emprego dos computadores electrónicos em Química Industrial	Paris, 24 - 28 Abril - 72 Soc. de Chimie Industrielle 8º, Route de Saint-Cloude, 92, Rueil-Malmaison, França

DE 11 A 18 DE ABRIL DE 1973 - PALAIS DE LA DEFENSE - PARIS/PUTEAUX



**MESUCORA 73**

5.ª EXPOSIÇÃO INTERNACIONAL

- MEDIDA • ANÁLISE • CONTROLE
- REGULAÇÃO • AUTOMATISMO

**64. Exposição de Física**



INFORMAÇÕES: DELEGATION DES SALONS SPECIALISES FRANÇAIS  
AVENIDA DEFENSORES DE CHAVES, 41, 6.º, DIR. • TELEF. 4 63 72

**ELECTRO-ARCO, L.<sup>DA</sup>**

ELÉCTRODOS + POSTOS + ACESSÓRIOS  
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

\*

MATERIAL APROVADO PELOS  
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING  
BUREAU VERITAS  
GERMANISCHER LLOYD

LISBOA

Rua Silva Carvalho, 239  
Tels. 68 36 49 - 68 48 93

FÁBRICA E LABORATÓRIOS  
Venda Nova - Amadora  
Tels. 97 06 13 - 97 17 33

PORTO

Rua do Bolhão, 216  
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

• SOLDADURA  
ELÉCTRICA

• MATERIAL  
DE PROTECÇÃO



Aparelhagem  
de medidas  
eléctricas

- + indicadora
- + reguladora
- + registadora

**J. ROMA, L.<sup>DA</sup>**

P. da Figueira, 12, 1.º

LISBOA Tel. 865151

P. do Município, 309-6.º S 3

PORTO Tel. 0236732



NOS  
LABORATÓRIOS  
SUBTERRÂNEOS DA  
SKF UM CIENTISTA OCUPOU-SE DURANTE ANOS A APERFEIÇOAR A MÁQUINA DESTINADA A REVOLUCIONAR OS FUNDAMENTOS DA TECNOLOGIA DOS ROLAMENTOS.



Se não parecemos preocupados, devíamos parecer. Este aparelho vai causar grande agitação entre aqueles que lidam com rolamentos e são muitas mais pessoas do que as que podemos imaginar. Este é o primeiro sistema que permite o controle do estado dum rolamento e que pode prever com certa antecedência uma futura avaria. Em primeiro lugar, vai ajudar o utilizador dos rolamentos, pois irá indicar quando e porque se devem substituir. Vai ajudar, também, os nossos concorrentes, pois os seus clientes podem avisá-los com uma certa antecedência de que vão ter que substituir um rolamento. Enfim, a manutenção preventiva atingiu uma nova era.

Se quer saber  
mais pormenores,  
informe-se na

**SKF**

LISBOA

PRAÇA DA ALEGRIA, 66-A

TELEF.: 36 23 01

TELEGR.: ESKAEP

PORTO

RUA DELFIM FERREIRA, 604

TELEF.: 69 20 54

TELEGR.: ESKAEP



## NOTA SOBRE CONDIÇÕES DE RENDIMENTO MÁXIMO DUMA TURBINA ISENTRÓPICA

ANTÓNIO LEITE

### RESUMO

*Pretendeu-se mostrar que a discordância entre alguns autores quanto à condição de rendimento máximo dum andar isolado é apenas aparente.*

*Determinou-se, para isso, as condições de rendimento máximo fixando alternativamente (a) o grau de reacção e o coeficiente de caudal, (b) o grau de reacção e o ângulo da velocidade absoluta à entrada das pás móveis, (c) o factor de carga e o coeficiente caudal, (d) o factor de carga e o ângulo da velocidade absoluta e (e) o coeficiente de caudal e o ângulo da velocidade absoluta. Verificou-se que as hipóteses (b) e (e) correspondem às condições de rendimento vulgarmente apresentadas na literatura e resume-se a aplicabilidade dos vários casos.*

### ABSTRACT

*The disagreement between several authors in regard to the condition for maximum total to static efficiency of an axial turbine stage is shown to be only apparent. In order to do this, several conditions are derived, assuming for each one a different pair of fixed parameters. A criterium for selection of the adequate condition is outlined and an example of its use is given.*

### 1. INTRODUÇÃO

O conceito de rendimento duma turbina de gás ou vapor presta-se a várias definições, que não estão por vezes bem diferenciadas na literatura. Não admira, portanto, que quando se fala em condições de rendimento máximo surjam certas confusões, agravadas pelo facto de não existir tampouco definição única para o grau de reacção e deste ser por uns considerado imposto e por outros não.

No presente trabalho procurou-se estabelecer uma ligação entre os vários autores, cujos resultados são aparentemente discordantes. Em particular, salienta-se que as condições de rendimento máximo e o valor deste são diferentes consoante os parâmetros tomados como fixos (isto é, aqueles que constituirão base dum projecto), não podendo ser usadas simultaneamente. A escolha dos parâmetros a fixar-se está estreitamente relacionada com o tipo de turbina e, até, com o construtor.

Com efeito, é usual, no projecto de turbinas de gás, partir de determinados valores limites para o coeficiente de caudal  $\phi = C_x / U$  (figura 3) e para o ângulo de saída das pás fixas  $\alpha_2$ , impostos por razões quer de dimensionamento quer de características de escoamento. Este processo conduz aos maiores valores do rendimento máximo, como veremos.

No caso das turbinas de vapor, é vulgar a imposição dum valor do grau de reacção e de  $C_x / U$  ou  $\alpha_2$ . Tratando-se de turbinas de pequena potência, por exemplo, é corrente a adopção de 1 ou 2 andares de velocidade ou duas rodas Curtis separadas por um andar de pressão. Em grandes turbinas de alta pressão é corrente o emprego de grau de reacção  $R = 0,5$ , que conduz a perfis idênticos para as pás móveis e fixas.

No caso das turbinas de gás para turbojactos tem ainda interesse a fixação dum valor do factor de carga ( $\psi = \tau / U^2$ ), quando se pretende, por exemplo, o menor número de andares possível (menor peso).

No que se segue, consideraremos os vários casos possíveis de pares de parâmetros a fixar, ainda que alguns possam não ser usualmente combinados. Para cada caso são apresentadas as condições de rendimento máximo e a sua aplicabilidade é exemplificada.

### 2. DEFINIÇÕES

Designaremos por «rendimento dum andar isolado» (1) ou «rendimento total-estático», por analogia com o inglês «total to static efficiency» [1] [2], aquele que se define por (ver figura 1)

(1) Note-se que esta designação se deve entender como «rendimento dum andar considerado como isolado», por razões evidentes da própria definição.

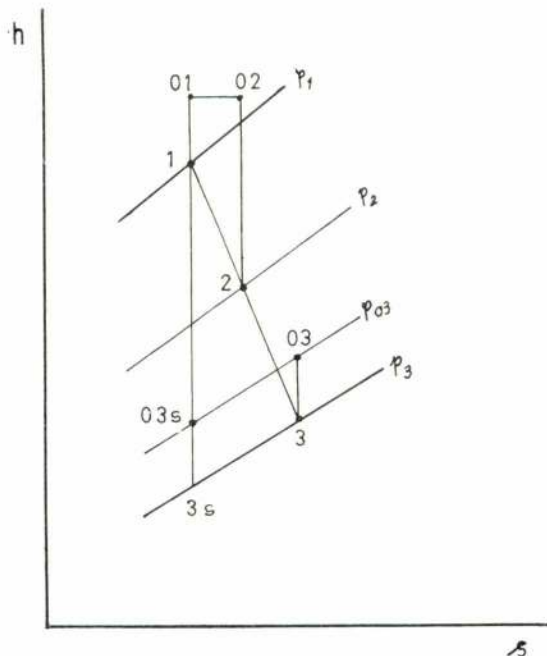


FIG. 1

$$\eta_{TS} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3s}}, \quad (1)$$

que convem não confundir com o «rendimento dum andar intermédio» ou «rendimento total-total», dado por

$$\eta_{IT} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03s}}. \quad (2)$$

Se não se considerarem perdas por irreversibilidade (aumento de entropia),  $\eta_{IT}$  será igual à unidade, visto que então  $h_{03s} = h_{03}$ , enquanto  $\eta_{TS}$  traduzirá simplesmente a perda devida à energia cinética de saída

$$(h_{3s} = h_3 = h_{03} - \frac{C_3^2}{2}).$$

Para definição do grau de reacção utilizaremos a expressão usual em turbomáquinas térmicas:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3}, \quad (3)$$

isto é, será a relação das quedas entálpicas «reais». Esta definição conduz, no caso real de evoluções anisentrópicas, a atribuir grau de reacção negativo às turbinas de acção [1] [2], conforme se indica esquematicamente na figura 2.

As grandezas atrás definidas podem-se relacionar apenas com a geometria dos triângulos de velocidade tendo em conta que

$$h_{01} - h_{03} = \tau = U (C_{u2} + C_{u3}) \quad (4)$$

e, para turbinas isentrópicas,

$$h_{01} - h_{3s} = h_{01} - h_{03} + \frac{C_3^2}{2}. \quad (5)$$

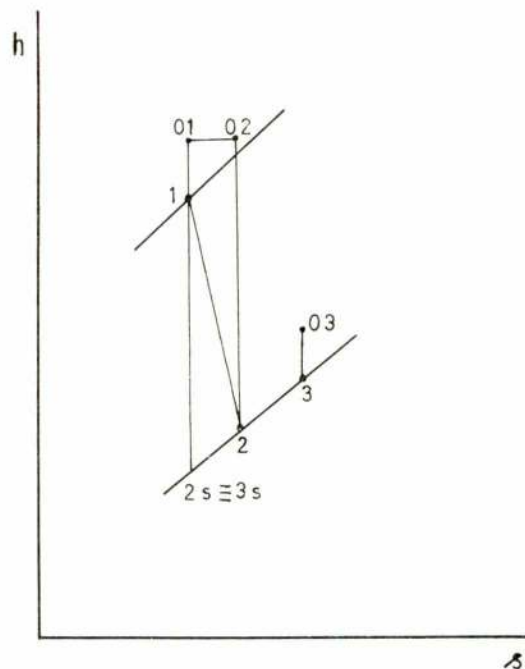


FIG. 2

Atendendo a que  $C_3 = C_x \sec \alpha_3$ ,  $C_{u2} = C_x \tan \alpha_2$ ,  $C_{u3} = C_x \tan \alpha_3$  e  $\phi = C_x / U$ , vem por substituição de (4) e (5) em (1)

$$\eta_{TS} = \left[ 1 + \frac{\phi}{2} \frac{1 + \tan^2 \alpha_3}{\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3} \right]^{-1} \quad (6)$$

Para o grau de reacção, considerando o andar isentrópico e admitindo  $C_1 = C_3$ , teremos, em vez de (3), a expressão

$$R = 1 + \frac{\phi}{2} (\tan \alpha_3 - \tan \alpha_2). \quad (7)$$

Para o que se vai seguir convém-nos ainda definir o factor de carga [3] ou «loading factor» [1] ou ainda «loading coefficient» [2], dado por

$$\psi = \tau / U^2,$$

que se pode pôr, atendendo às relações apresentadas atrás, na forma

$$\psi = \phi (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3). \quad (8)$$

Estas expressões estão todas deduzidas em [2] e são portanto válidas, em conjunto, para:

- (i) um andar isentrópico numa turbina térmica axial satisfazendo as condições (ii) e (iii) seguintes
- (ii)  $C_{x2} = C_{x3} = C_x$
- (iii)  $|C_1| = |C_3|$



### 3. CONDIÇÕES DE RENDIMENTO MÁXIMO

#### 3.1 — Condição de rendimento máximo a $\phi$ e $\alpha_2$ constantes

É evidente da análise da expressão (6) que a função  $\eta_{TS}(\phi, \alpha_2, \alpha_3)$ , uma vez que tem de ser sempre  $\phi > 0$  e  $0 < \alpha_2 < 90^\circ$ , só pode ter pontos de estacionaridade em relação a  $\alpha_3$ . Em princípio, se não impusermos nenhuma ligação entre as variáveis, isto é, se elas se puderem considerar independentes, podemos achar os pontos de estacionaridade de  $\eta_{TS}$  a  $\phi$  e  $\alpha_2$  constantes.

O primeiro ponto a considerar, portanto, é a independência das 3 variáveis, que se verificará desde que:

- (a) não se imponha um determinado valor para o grau de reacção;
- (b) não se imponha um determinado valor para o factor de carga.

Embora estas sejam frequentemente condições de partida para um projecto, como já referimos na introdução, admitamos por agora que se satisfaz (a) e (b) e derivemos  $\eta_{TS}$ . Verifica-se que a condição de estacionaridade ( $\eta_{TS}$  máximo) se obtém para

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} - \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Para que  $\operatorname{tg} \alpha_3$  não seja sempre negativa, só podemos considerar a solução

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \sec \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_2, \quad (9)$$

que é precisamente a condição apresentada em [2].

É evidente daqui que, para cada conjunto de valores de  $\alpha_2$  e  $\phi$ , virá imposto  $\alpha_3$  e consequentemente  $R$  e  $\psi$ , que só dependem deles. A condição (9) tem suscitado certa confusão na literatura pois Dixon, pelo menos, afirma que ela mostra que a saída não deve ser axial ( $\operatorname{tg} \alpha_3 \neq 0$ ) para se obter o rendimento máximo, ao contrário do que «se tem afirmado por vezes (incorrectamente!) na literatura».

Julgamos que a confusão reside precisamente no facto da expressão (9) só ser válida desde que sejam satisfeitas as condições (a) e (b) atrás. Ora, nos casos que conhecemos em que se faz referência à saída axial como condição de rendimento máximo [4 a 8], ela aplica-se apenas a turbinas de acção sem perdas (o que é o mesmo que turbinas isentrópicas de grau de reacção nulo), o que corresponde a fixar  $R$ . Nesses textos subentende-se que se fixa também  $\alpha_2$ .

#### 3.2 — Condições de rendimento máximo a $R$ e $\alpha_2$ constantes

Com efeito, de (7) podemos tirar, desde que  $R < 1$ ,

$$\phi = \frac{2(R-1)}{\operatorname{tg} \alpha_3 - \operatorname{tg} \alpha_2} \quad (10)$$

quer substituída em (6) conduz à condição de rendimento máximo

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = 0,$$

isto é, saída axial. Atendendo a (10) e à figura 3a, podemos pôr, para  $R = 0$ ,

$$\frac{U}{C_{u2}} = \frac{1}{2}$$

que é a condição bem conhecida de rendimento máximo dum andar de acção sem perdas.

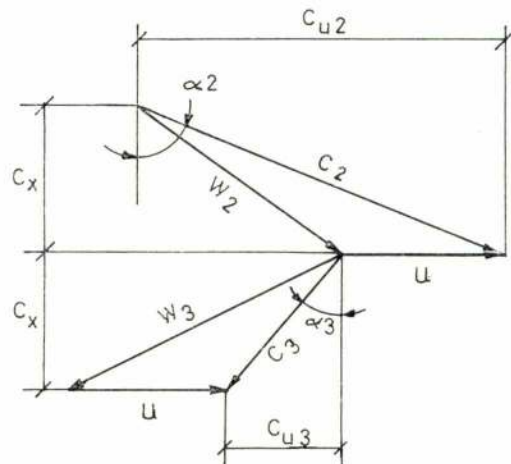


FIG. 3

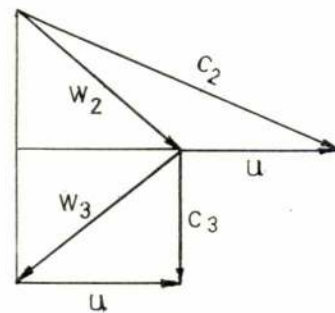


FIG. 3-A

Substituindo (10) e (11) em (8) obtemos

$$\psi = 2(R-1) \quad (12)$$

que será o valor resultante do factor de carga.

#### 3.3 — Condição de rendimento máximo a $R$ e $\phi$ constantes

Se quisermos agora conhecer a condição de  $\eta_{TS}$  máximo a  $R$  e  $\phi$  constantes, basta explicitar (10) em  $\operatorname{tg} \alpha_2$ , substituir em (6), diferenciar e igualar a zero, obtendo-se

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{R-1}{\phi} \pm \sqrt{\frac{(R-1)^2}{\phi^2} + 1} \quad (13)$$

em que pela razão já referida só tem significado a raiz positiva. Substituindo em (8) e tendo em conta (10) vem

$$\psi = 2\sqrt{(R-1)^2 + \phi^2} \quad (14)$$

que conduz, para  $R = 0$  e  $R = 0,5$  às relações respectivas

$$\psi = 2 \sqrt{1 + \varnothing^2} \quad (15 a)$$

e

$$\psi = \sqrt{1 + 4 \varnothing^2} \quad (15 b)$$

apresentadas por Horlock [1].

### 3.4 — Condições de rendimento máximo a $\psi$ constantes

A  $\alpha_2$  também constante, teremos de (8)

$$\varnothing = \frac{\psi}{\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_3}$$

que substituída em (6) conduz à condição de rendimento máximo

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \quad (16)$$

Juntamente com (7), esta relação corresponde a um grau de reacção dado por

$$R = 1 + \frac{\psi}{2} \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} = 1 - \sqrt{\psi^2 / 4 - \varnothing^2} \quad (17)$$

A  $\psi$  e  $\varnothing$  constantes teremos correspondentemente

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = 0 \quad (18)$$

e

$$R = 1 - \frac{\psi}{2} \quad (19)$$

O facto da expressão (19) ser a inversa de (12) resulta apenas do facto da condição de rendimento máximo ser a mesma ( $\operatorname{tg} \alpha_3 = 0$ ). Com efeito, de (7), (8) e (18) vem imediatamente (19).

Quanto ao facto de (17) ser equivalente a (14), isso parece-nos ser apenas uma coincidência devido à forma particular das funções (6), (7) e (8) pois encontra-se facilmente um contra-exemplo em que essa coincidência já não se verifica.

Repare-se ainda que, na expressão (17), se considerou apenas as soluções que correspondem a ser  $R < 1$ , como já tinha sido feito em 3.2 e 3.3.

### 3.5 — Limitações das expressões apresentadas

Para chegarmos às condições (11) e (13) e às expressões (15 a) e (15 b) foi necessário admitir como válida a expressão (7) para o grau de reacção. No entanto, deve notar-se que esta expressão implica, como

dissémos, ser  $C_1 = C_3$ , o que é usual admitir num andar intermédio, mas pode já não o ser num andar isolado.

A aceitação de (7) baseou-se, pois, no seguinte:

- (i) Ela conduz às expressões (15 a) e (15 b) apresentados por Horlock
- (ii) Nada impede, em princípio, o projectista de impor  $C_1 = C_3$ , salvo nos casos em que  $C_3$  seja muito grande, o que não é usual (repare-se que se exige apenas que os módulos das velocidades  $C_1$  e  $C_3$  sejam iguais, pois elas intervêm apenas ao quadrado)
- (iii) Se não quisermos impor  $C_1 = C_3$  a expressão (7) é substituída por (1)

$$R = \left[ 1 + \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2 + \frac{C_1^2}{C_x^2}}{(\operatorname{tg} \alpha_3 - \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{2}{\varnothing})(\operatorname{tg} \alpha_3 + \operatorname{tg} \alpha_2)} \right]^{-1}$$

que conduz à condição (11) desde que se imponha também  $C_1/C_x$  constantes, além de  $\operatorname{Re} \alpha_2$  (restrição que desaparece se pudermos admitir  $C_1 = 0$  como é corrente para andares isolados), o que será até o caso geral.

## 4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO NO DIAGRAMA $\psi - \varnothing$

A melhor maneira de ilustrar a aplicabilidade das condições de rendimento máximo apresentadas parece-nos ser através dos diagramas  $\psi - \varnothing$ , como sugere Horlock. Para o caso de  $R = 0$ , por exemplo, teremos o diagrama apresentado na figura 4, extraído de [1]. Dele se conclui que a condição de rendimento máximo a  $\alpha_2$  constante se verifica de facto de acordo com a expressão (12), para  $\psi = 2$  (pontos de tangência das linhas de  $\eta_{TS}$  constante com as rectas de  $\alpha_2$  constante). Os pontos das curvas de  $\eta_{TS}$  constante com tangente normal ao eixo dos  $\varnothing \varnothing$  seguem evidentemente a equação (15 a).

O diagrama vai-nos servir para exemplificar a conveniência de utilizar (11) ou (13) em vez de (9). Admitamos então que o projectista fixou os limites de  $\alpha_{2\text{máx}}$  e  $\varnothing_{\text{mín}}$ , admissíveis por razões construtivas.

O ponto de maior rendimento para o  $\alpha_{2\text{máx}}$ , fixado será o ponto A (figura 5). Para satisfazer o rendimento  $\eta_{TSA}$ , porém, seria necessário projectar a turbina para  $\varnothing = \varnothing_A < \varnothing_{\text{mín}}$ . O projectista terá então de recorrer ao ponto B, devendo para isso baixar  $\alpha_2$ , que não atingirá, portanto, o limite estabelecido.

É evidente que, se o valor de  $\varnothing_{\text{mín}}$  estivesse à esquerda de  $\varnothing_A$ , então o ponto A seria o ideal.

Pode-se construir diagramas  $\psi - \varnothing$  para qualquer valor do grau de reacção ( $R < 1$ ) ou outro tipo de ligação entre  $\varnothing$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ . Em [1] estão tratados os casos de  $R = 0,5$  e saída axial, além de  $R = 0$ .

(1) Agradecemos ao Dr. S. L. Dixon o ter-nos chamado a atenção para a limitação do emprego da expressão (7).



Julgamos oportuno frisar que, desde que não se imponha um grau de reacção nulo (construtivamente mais simples) ou 0,5 (conduz a perfis simétricos para as pás fixas e móveis) ou a condição de saída axial (conduz a tratamento simplificado dos problemas de escoamento tridimensional), a condição (9) é a que se deve adoptar, pois permite atingir, para os valores limite de  $\alpha$  e  $\phi$ , o rendimento máximo mais elevado.

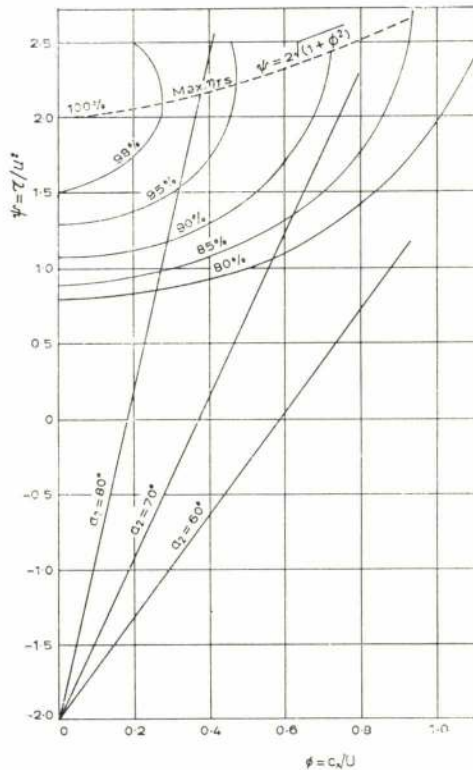


FIG. 4

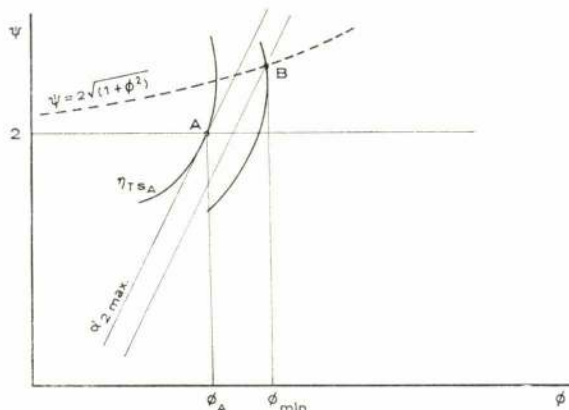


FIG. 5

## 5. CONCLUSÕES

Dentro das hipóteses definidas no capítulo 2, isto é, para um andar isentrópico numa turbina axial, admitindo constantes entre a entrada e a saída a velocidade

axial  $C_x$  e a velocidade periférica  $U$  e admitindo ainda que a velocidade absoluta de entrada na roda fixa  $C_1$  é igual à velocidade absoluta de saída da roda móvel  $C_3$ , podemos tirar as conclusões que se seguem.

5.1 — Desde que não se imponha o grau de reacção nem o factor de carga, a condição de «rendimento dum andar isolado» máximo a  $\phi$  e  $\alpha_2$  constantes é

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \sec \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_2$$

e conduz ao maior valor daquele rendimento para limites de  $\phi$  e  $\alpha_2$  admissíveis por razões construtivas ou aerodinâmicas.

5.2 — Quando se impõe o grau de reacção, pode-se considerar dois caminhos para determinar as condições de rendimento máximo:

5.2.1 — a  $\phi$  constante (mínimo)

5.2.2 — a  $\alpha_2$  constante (máximo)

correspondendo-lhes respectivamente as condições (13) e (11) e as expressões (12) e (14) para o factor de carga.

5.3 — Optando por 5.2.1, da condição de rendimento máximo resulta um valor de  $\alpha_2$  que poderá ser inferior ou superior ao máximo admissível. Se for superior, deverá recorrer-se a 5.2.2 e se for inferior ao igual deverá adoptar-se a condição (13).

5.4 — Optando por 5.2.2, resulta um valor de  $\phi$  que poderá ser inferior ou não ao mínimo admissível. Se o for recorre-se a 5.2.1, se não for adopta-se (11).

5.5 — Quando se impõe  $\psi$ , pode-se considerar duas alternativas paralelas e o critério de escolha da condição a adoptar será idêntico ao apontado em 5.3 e 5.4. As condições de rendimento máximo correspondem às expressões (16) e (18), resultando para o grau de reacção um valor dado respectivamente por (17) e (19).

## BIBLIOGRAFIA

- [1] — HORLOCK, J. H., *Axial flow turbines*, Butterworth (1966).
- [2] — DIXON, S. L., *Fluid Mechanics, Thermodynamics of turbomachinery*, Pergamon (Commonwealth Series, 1966).
- [3] — LEITE, A., *Apontamentos sobre turbinas de vapor e de gás* (curso de Turbomáquinas II do IST, edição dos alunos, 1970).
- [4] — SHLYAKHIN, *Steam turbines theory and design*, Peace Publishers (1959).
- [5] — CHURCH, E., *Steam turbines*, McGraw Hill (1945).
- [6] — KEARTON, W. J., *Steam turbine theory and practice*, Pitman (7th Ed., 1958).

- [ 7 ] — VIVIER, L., *Les turbines à vapeur et à gaz*, Dunod (1964).  
 [ 8 ] — RICARD, J., *Équipement thermique des usines génératrices d'énergie électrique*, Chap. IX. Les turbines à vapeur, Dunod (1962).

## NOMENCLATURA

C — velocidade média do escoamento entre pás, suposta uniforme  
 $C_x$  — componente de C segundo a direcção axial  
 $C_u$  — componente de C segundo a direcção periférica  
 $h$  — entalpia específica do fluido (estática)  
 $h_o$  — entalpia específica de estagnação ( $h_o = h + C^2/2$ )  
 $p$  — pressão estática no escoamento, suposta uniforme  
 $p_o$  — pressão de estagnação ( $P_o = p + C^2/2 \rho$ )  
 $R$  — grau de reacção do andar, definido pela expressão (7)  
 $U$  — velocidade periférica das pás suposta uniforme ao longo da pá

$W$  — velocidade média do escoamento relativo às pás, uniforme  
 $\alpha$  — ângulo da velocidade absoluta com a direcção axial  
 $\eta_{TS}$  — rendimento dum andar isolado, definido pela expressão (1)  
 $\eta_{IT}$  — rendimento dum andar intermédio, definido por (2)  
 $\psi$  — factor de carga do andar ( $\psi = \tau / U^2$ )  
 $\rho$  — massa específica do fluido  
 $\tau$  — trabalho específico fornecido pelo fluido às pás  
 $\phi$  — coeficiente de caudal ( $\phi = C_x / U$ )

## INDICES

1 — correspondente à entrada nas pás fixas do andar  
 2 — entrada das pás móveis  $\equiv$  saída das pás fixas  
 3 — saída das pás móveis  
 s — correspondente à evolução isentrópica

# FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

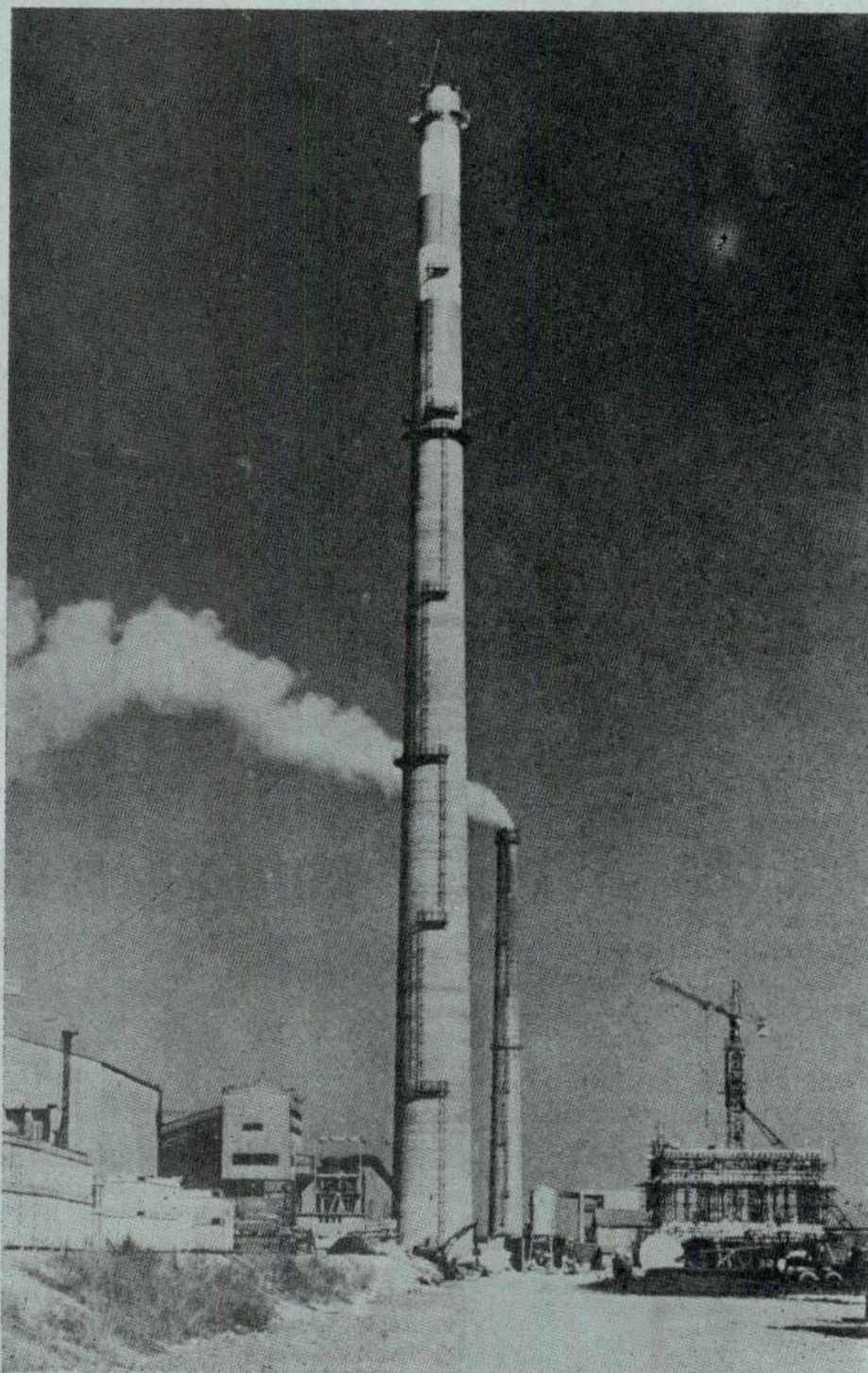
OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO INFORMAÇÕES
Feira de Hannover	Hannover, 26 Abril — 4 Maio - 73 Cam. de Com. Luso Alemã
Simpósio sobre materiais termoendurecíveis reforçados	Londres 27 - 4/7 - 5
II Congresso Internacional de Redes Eléctricas de Distribuição (C. I. R. E. D.)	Londres 7 - 10 Maio de 1973
INTERPARCK/73 Salão Internacional de todos os materiais de embalagem	Düsseldorf, 10 - 16 Maio - 73 Câmara de Comércio e Indústria Luso-Alemã Av. Elias Garcia, 123-4.º Telef. 77 81 68 Lisboa-1
FAB 73 — Exposição especializada de material para estabelecimentos hospitalares e similares	Hannover, 22 - 25 Maio - 73 CCILA
FAWEM 2.ª Exposição de Maquinaria e Máquinas Ferramentas	Basileia, 25 Maio - 2 Junho 72
3.º Congresso Mundial «Purificação do Ar»	Düsseldorf, 4 - 8 Junho - 73 Câmara de Comércio Luso-Alemã
ENVITEC — Exposição Internacional para a Protecção à Natureza e respectiva técnica	Düsseldorf, 4 - 9 Junho - 73
II Colóquio Nacional da Indústria da Construção Tema: O Desafio da Produtividade no IV Plano de Fomento: 1. O mercado 2. A industrialização e estrutura empresarial 3. Aspectos legais e regulamentares	Lisboa, 4 - 9 Junho - 73 R. António Enes, 9, 5.º, L. 1 — Tel. 53 31 93



# CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, S.A.R.L.



PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13 - 3.º TELEF. 36 65 06 • LISBOA 2  
DELEGAÇÕES: CABO-VERDE • ANGOLA • MOÇAMBIQUE



**SIDERURGIA NACIONAL** — Chaminé tronco-cônica de betão armado  
com 130 metros, a mais alta do País





**Escolhe  
o variador  
de rotação.\*.**

**monte a transmissão  
completa utilizando**

**OS PRODUTOS  
RENOLD  
PARA A TRANSMISSÃO DE FORÇA**

- **VARIADORES HIDRO-ESTÁTICOS DE VELOCIDADE INFINITAMENTE VARIÁVEL** até 40 HP à velocidade máxima na saída, relação máxima 27:1 com operação manual, elétrica, hidráulica ou pneumática
- **VARIADORES MECÂNICOS** até 75 HP - relações desde 2:1 até 16:1

\* ou transmissão à corrente, corrente transportadora, redutor, luva de acoplamento, embreagem, freio etc.

Informações técnicas sobre a linha completa de produtos RENOLD na:



**RENOLD LIMITED**  
SALES DIVISION  
MANCHESTER · ENGLAND



**HARKER SUMNER & CIA LDA.**  
38 Rua de Ceuta, 48 PORTO  
Apartado No. 162. Tél: 27054 (4 linhas)

**14 Largo do Corpo Santo, 18 LISBOA-2**  
Tél: 324823, 35124.



## O LABORATÓRIO DE FOTOGRAFIA A ULTRA-ALTA VELOCIDADE DA UNIVERSIDADE DE LUANDA

C. DINIS DA GAMA  
M. Sc., Doutor-Eng.º, Prof. Aux. da U. L.

### RESUMO

*É feita uma breve descrição do Laboratório de Fotografia a Ultra-Alta Velocidade da U. L., realçando as principais características do equipamento nele instalado.*

*Apresentam-se exemplos de resultados experimentais já obtidos e referem-se alguns projectos de investigação que serão empreendidos dentro do Laboratório.*

### SYNOPSIS

*A brief description of the U. L. Ultra-High Speed Photography Laboratory is presented, with particular reference to the equipment main characteristics.*

*Examples of some experimental results already attained are shown, and the possibility of future projects within the Laboratory is underlined.*

### 1. GENERALIDADES SOBRE FOTOGRAFIA A ALTA VELOCIDADE

O registo fotográfico de acontecimentos muito rápidos é um processo de grande interesse científico, pois permite avaliar qualitativa e quantitativamente a evolução dos parâmetros dinâmicos mais característicos desses acontecimentos.

Numerosos fenómenos no âmbito da Física e da Biologia desenrolam-se parcial ou completamente em intervalos de tempo da ordem de fracções de segundo, sendo por isso mesmo imperceptíveis à vista desarmada. A investigação científica aplicada ao estudo de tais fenómenos serve-se em regra de processos indirectos para a avaliação do comportamento das variáveis que os integram. Com a fotografia e a filmagem a alta velocidade acompanha-se directamente o desenvolvimento das fases que constituem os referidos acontecimentos, detecta-se a sua sequência temporal e quantificam-se os seus parâmetros mais típicos, determinando-se velocidades e até acelerações.

Dependendo do intervalo de tempo em que se manifestam os acontecimentos a registar, existem variados sistemas postos à nossa disposição, caracterizados por soluções técnicas adequadas aos tempos de registo exigidos em cada caso. Assim, distinguem-se quatro grupos diferentes de processos de registo fotográfico:

a) Os métodos de filmagem convencional com película de 16 mm, cobrindo a gama de velocidades situada entre 16 e 64 i.p.s. (imagens por segundo). São processos com pouco interesse científico, mesmo para a análise de movimentos.

b) Os sistemas de filmagem intermitente, em condições tais que o filme é estacionário e o obturador da máquina vai abrindo de forma a permitir o registo de imagens a cadências compreendidas entre 100 e 500 i.p.s.. São também usadas películas de 16 mm e estes sistemas possuem já verdadeiro valor científico, sendo aplicáveis com grande eficácia na medição da frequência de vibrações em estruturas, na observação de superfícies de corpos em movimento, tais como aviões e mísseis, etc.

c) As câmaras de filmagem de prisma rotativo, também de 16 mm, capazes de cobrirem o intervalo entre 100 e 40 000 i.p.s.. Designam-se especificamente por sistemas de filmagem a alta velocidade, possuindo numerosas aplicações tecnológicas e científicas, tais como no lançamento de foguetes, em soldadura, na fluência de metais, em processos de sinterização, no estudo do voo das aves e de insectos, na natação de peixes, etc..

d) Os processos de filmagem denominados de ultra-alta velocidade que permitem obter velocidades de registo superiores a 50 000 i.p.s. e cujo limite superior é virtualmente fixado na ordem das dezenas de milhões de imagens por segundo. Funcionam com filme de 35 mm estacionário e recorrem à solução do espelho rotativo que indirectamente garante que sejam atingidas elevadíssimas velocidades de registo tais que é praticamente possível fotografar hoje qualquer tipo de fenómeno muito rápido.

São sistemas com larga aplicação nos âmbitos da energia nuclear, da física dos plasmas, das detonações explosivas e descargas eléctricas, da propagação de fracturas em sólidos, e eventualmente nos domínios da Biologia e Medicina.

## 2. CARACTERÍSTICAS DO EQUIPAMENTO

Em função dos designios da investigação em curso e a desenvolver futuramente na Universidade de Luanda, foi seleccionado um sistema de filmagem a ultra-alta velocidade, cujos limites de aplicação estão compreendidos entre 60 000 e 2 000 000 de imagens por segundo. É a câmara C. P. 5903 baseada em projectos originalmente desenvolvidos no «Atomic Weapons Research Establishment», de Aldermaston, na Inglaterra e manufacturada pela firma Barr & Stroud, de Glasgow.

A teoria da eficiência óptima deste tipo de equipamento foi desenvolvida por Skinner (1), demonstrando-se ser possível atingir uma velocidade máxima da ordem de  $1,2 \times 10^9$  i.p.s., com os materiais presentemente disponíveis.

Seguidamente apontam-se as principais especificações do equipamento retiradas dos correspondentes Manuais de Instruções (2), cuja consulta é sempre aconselhável antes da realização de experiências fotografáveis.

O princípio do seu funcionamento está indicado esquematicamente na Fig. 1, observando-se o percurso dos raios luminosos desde o acontecimento a registar até à posição fixa do filme.

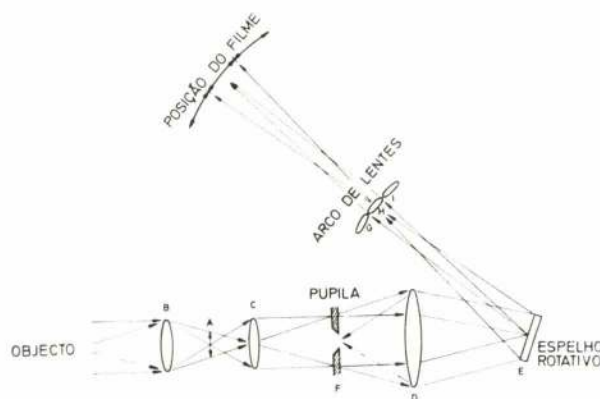


Fig. 1 — Representação esquemática do sistema óptico de uma câmara de espelho rotativo

A imagem proveniente do acontecimento a fotografar é formada pela objectiva B sobre a posição A, prosseguindo através das lentes C e D até ao espelho rotativo E (Fig. 1). Aí ela é reflectida convenientemente, de forma a atravessar um arco de 30 lentes, que possibilita a sua focalização sobre a película imóvel do filme. Assim se conseguem 30 imagens separadas sobre o filme, cada uma delas com 18,4 mm de diâmetro, dotadas de boa resolução. Os filmes a utilizar são de 35 mm, com emulsões normais de alta velocidade, a cores ou a preto e branco, armazenando-se numa bobina à prova de luz, que retém 15 metros de filme, o necessário para cerca de 20 experiências.

O único órgão móvel da câmara é o espelho, que pode ser rodado até à velocidade angular máxima de 330 000 r.p.m.. A este valor corresponde um tempo de exposição em cada imagem equivalente a 0,48

microsegundos e um intervalo de tempo entre imagens igual a meio microsegundo, situação que equivale, por consequência, a uma velocidade máxima de filmagem de 2 000 000 i.p.s..

A velocidade mínima é da ordem de 1/30 da máxima, crescendo proporcionalmente os tempos de exposição e de intervalo entre imagens consecutivas.

Na Fig. 2 referem-se os principais componentes da câmara C. P. 5903.

A objectiva da câmara é de tipo comum, com 51 mm de distância focal e  $5^\circ$  de campo angular. Pode ser focada através de uma ocular dotada de retículos, que se insere no caminho dos raios luminosos.

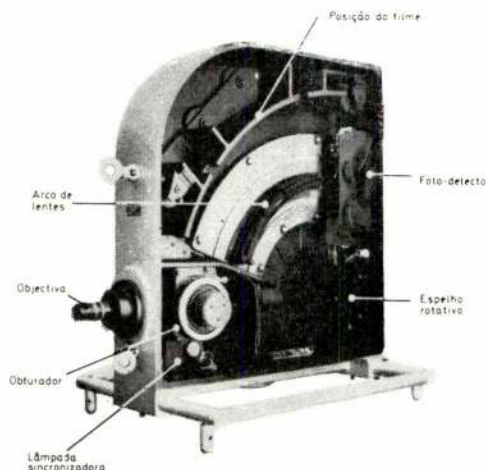


Fig. 2 — Interior da câmara fotográfica a ultra-alta velocidade e seus principais órgãos

A câmara possui três sistemas distintos de obtenção: um obturador de solenoide que é aberto imediatamente antes e é fechado logo após se realizarem as exposições, o qual pode ser completado com um obturador especial que incorpora um detonador explosivo dentro de um disco de vidro e Perspex; este acessório é usado raramente, quando o acontecimento demora mais tempo que o correspondente a meia rotação do espelho, para se evitar a sobreposição de imagens no filme; existe ainda uma terceira acção de obtenção, que se destina a levar a imagem da pupila (Fig. 1) através das 30 lentes até ao filme, após o mesmo já ter sido impresso.

Quanto ao espelho rotativo, a sua localização no interior de uma câmara onde se faz o vácuo (abaixo de 5 mm de Hg) permite que se atinjam tão altas velocidades angulares, através de accionamento por uma turbina pneumática. O conjunto do rotor está localizado na zona posterior do aparelho (Fig. 2) exigindo lubrificação cuidada, com óleo apropriado, cujo nível se controla do exterior.

O ar comprimido, que em última análise é a principal força motriz do sistema, é exigido a uma pressão mínima de 3,5 kg/cm<sup>2</sup>, sendo no Laboratório da U. L. produzido por um compressor móvel que funciona no exterior do compartimento onde se encontra a câmara. O ar é armazenado à pressão de 7 kg/cm<sup>2</sup> num reser-



vatório com cerca de 150 litros de capacidade, provido de válvula de segurança, purgador, mano-redutor e filtro.

A acção do ar comprimido, uma vez aberta a respectiva torneira, é a de promover a rotação do veio do espelho até à velocidade pretendida, que é sempre pré-fixada. Como o acontecimento tem de ser disparado num instante adequado, após se atingir aquela velocidade, como ele deve ser iluminado convenientemente pelo «flash» electrónico e como as imagens têm de ser reflectidas pelo espelho quando este se encontra em posição apropriada, compreende-se que os principais comandos do sistema se destinem a estabelecer quais os instantes exactos que correspondem a tais operações, de forma a que todas se conjuguem harmónicamente.

O problema da sincronização é completamente automatizado e para tal a velocidade do rotor é acompanhada pela geração de ondas sinusoidais, as quais accionam a luz sincronizadora da câmara quando aquela velocidade iguala 50 c. p. s. ou 3 000 r. p. m.. Então, ao atingir a velocidade de rotação pré-estabelecida, abre-se o obturador e aquela luz é reflectida pelo espelho. Quando a luz reflectida atinge a célula fotoelétrica situada sobre o espelho (fotodetector, na Fig. 2) é emitido um sinal que, através da «unidade de atraso», faz disparar a experiência a fotografar.

Ao equipamento electrónico associado à câmara compete realizar a sequência de operações de controle e de sincronização necessárias ao registo correcto. O referido equipamento é composto por três unidades:

a) Unidade fornecedora de energia à câmara

A corrente eléctrica necessária à operação dos circuitos de controle da câmara é obtida a partir da rede de distribuição, sendo introduzida nesta unidade. As suas funções mais importantes são a de abrir automaticamente o obturador da câmara e acender a lâmpada sincronizadora quando é impulsada pela unidade de disparo automático.

b) Unidade de disparo automático

Permite que os filmes sejam impressionados com um certo intervalo entre imagens, de acordo com o que for pré-fixado, e controla as velocidades de exposição com precisões mínimas da ordem de 1%. O sinal de entrada para este instrumento é dado pelo gerador de ondas sinusoidais accionado pelo rotor da câmara sendo proporcional ao intervalo de tempo entre imagens consecutivas. Qualquer intervalo entre 0,126  $\mu$  s e 20  $\mu$  s pode ser seleccionado, de acordo com a natureza do fenómeno a registar.

c) Unidade de atraso

É um acessório que controla o disparo da experiência em relação à posição do espelho, assegurando pois que o acontecimento seja registado sobre o filme.

É possível fixar atrasos compreendidos entre um microsegundo e um milissegundo, numa escala designada por «atraso continuamente variável». Numa outra

escala, denominada «atraso do rotor» é possível receberem-se impulsos sincronizados do foto-detector e produzirem-se impulsos de saída coincidentes com qualquer impulso subsequente, até um atraso máximo de quatro revoluções do rotor.

Referidas as características principais dos componentes do equipamento, cujo conjunto está patente na Fig. 3, são compreensíveis as seguintes etapas da sequência de operações que envolve o registo de fenómenos com a câmara C. P. 5903:

a) Abertura manual da válvula de entrada de ar comprimido.

b) Abertura automática do obturador e ligação da lâmpada sincronizadora às velocidades de 50 c. p. s., ou de 2 000 c. p. s., conforme a que for escolhida.

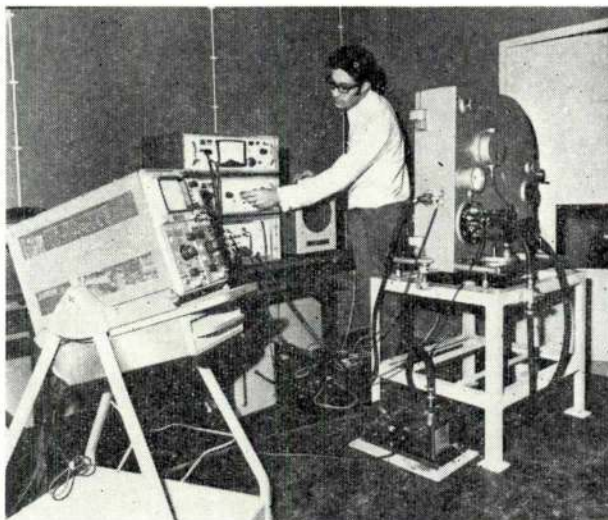


Fig. 3 — Conjunto de aparelhagem utilizada na fotografia de ultra-alta velocidade

c) Quando o espelho rotativo atinge a velocidade pré-fixada, funciona o obturador sincronizador.

d) A luz da lâmpada sincronizadora é reflectida pelo espelho, atingindo o foto-detector.

e) Emissão de um sinal amplificado do foto-detector que faz disparar a unidade de atraso, a qual por sua vez dispara o «flash» e a experiência.

f) Fecho do obturador sincronizador.

g) Fecho da pupila e ligação da lâmpada «shutter closed» no painel da unidade de alimentação de energia.

h) Fecho manual da entrada de ar comprimido.

Resta assinalar que o equipamento inclui ainda uma fonte luminosa de alta intensidade («flash» electrónico com durações de 20, 50 e 200  $\mu$  s) que permite não só iluminar as experiências, como também fornecer a corrente necessária para iniciar praticamente ao mesmo tempo acontecimentos disparáveis electricamente.

Do que fica exposto, ressalta a importância que possui, para o correcto registo dos fenómenos, uma sincronização perfeita entre os diferentes sistemas que contribuem para a fotografia.

A Fig. 4 engloba todos os parâmetros de tempo que determinam a sincronização entre a câmara, a expe-



riência a fotografar e a luz do «flash». É baseada na observação da imagem de um osciloscópio em que se registaram na parte superior o sinal da câmara para o circuito que fez detonar o explosivo da experiência e na parte inferior o que se refere à luz do «flash», a qual teve a duração de 50  $\mu$ s.

### 3 EXPERIMENTAÇÃO JÁ REALIZADA

Utilizando a possibilidade de empregar a corrente eléctrica de 2 000 V que faz disparar o «flash», para fazer explodir detonadores eléctricos, foi possível registar as diferentes fases de que se reveste a detonação de uma pequena «isca» eléctrica («fuse-head»).

O equipamento foi calibrado para 1/10 da velocidade máxima, pelo que o intervalo entre imagens sucessivas é de 5  $\mu$ s. A Fig. 5 revela o desenvolvimento desse fenómeno, podendo apreciar-se as diversas fases de que se reveste a detonação do material explosivo que constitui a «isca».

Atendendo à forma geométrica do detonador, não foi possível determinar a respectiva velocidade de detonação. Por esse motivo, promoveu-se seguidamente a explosão de fios eléctricos de cobre, para aproveitar

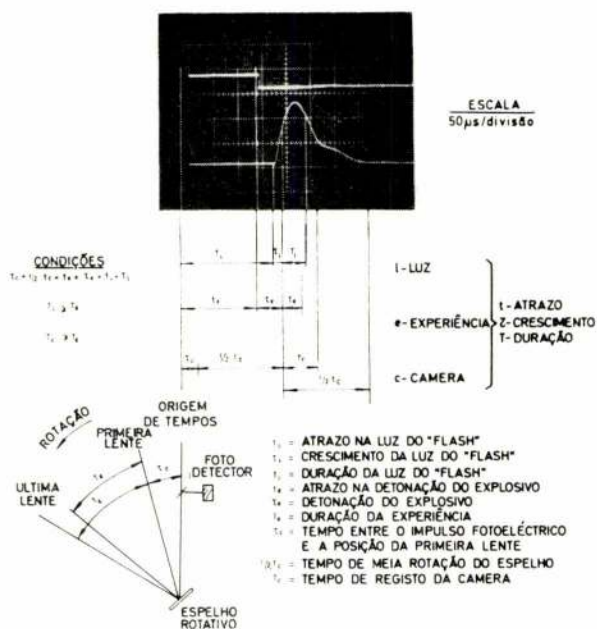


Fig. 4 — Parâmetros de tempo que influem na sincronização da câmara de filmagem a ultra-alta velocidade

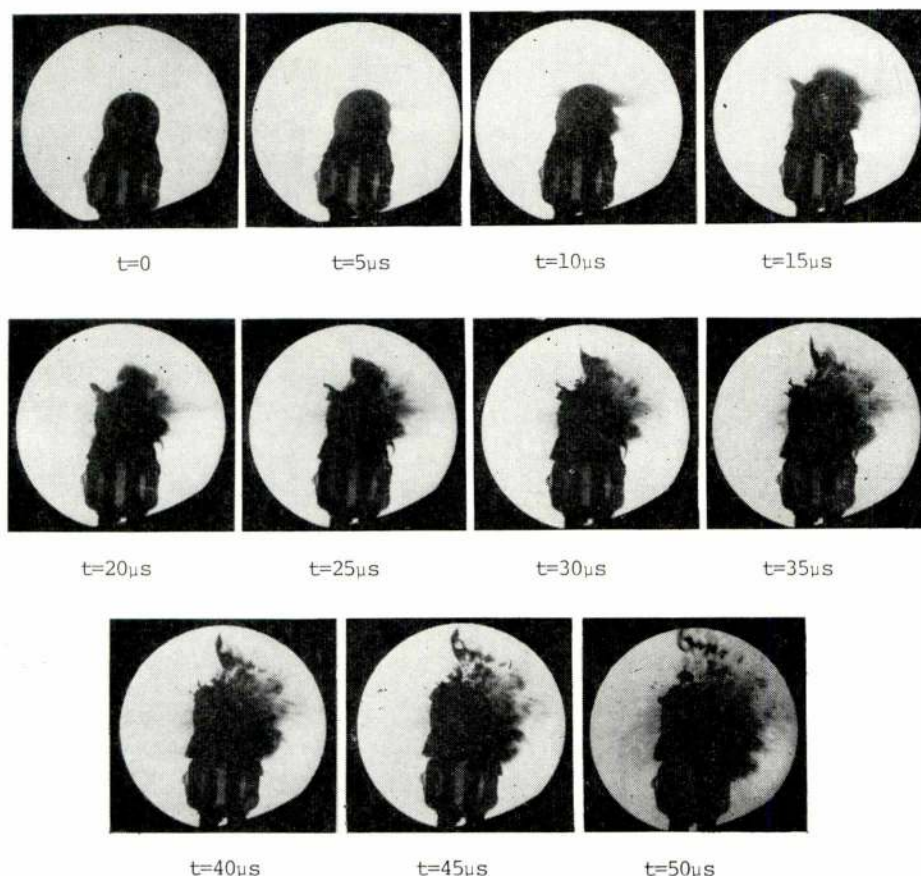


Fig. 5 — Fases da explosão de um detonador eléctrico, registadas à velocidade de 200 000 imagens por segundo (tempos contados a partir do início do fenómeno)



a configuração linear no sentido de estabelecer a sua velocidade de reacção.

Com idênticos parâmetros de registo foi obtida a sequência que consta da Fig. 6, experimentação mais simples que a que se refere à Fig. 5, pois este fenómeno dispensa o uso do «flash».

Com o objectivo de confirmar o valor obtido para a velocidade de explosão ao longo do fio, foi realizada outra experiência em que se triplicou a velocidade de filmagem. Este ensaio, que se apresenta na Fig. 7, revelou que a velocidade de explosão do fio de cobre nas referidas condições experimentais era da ordem de 1800 metros por segundo.

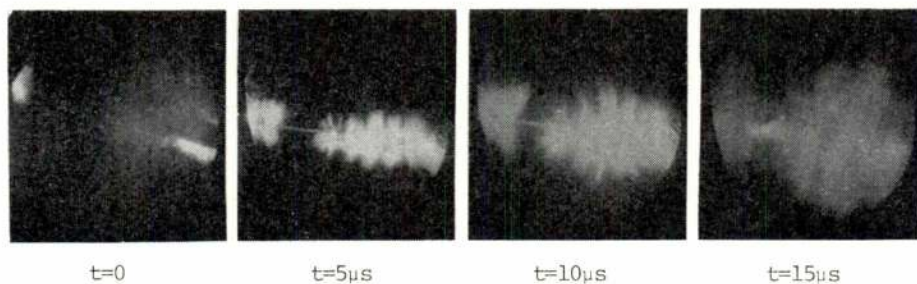


Fig. 6 — O fenómeno da explosão de um fio eléctrico de cobre, percorrido por uma tensão de 2 kV, registado à cadência de 200 000 imagens por segundo

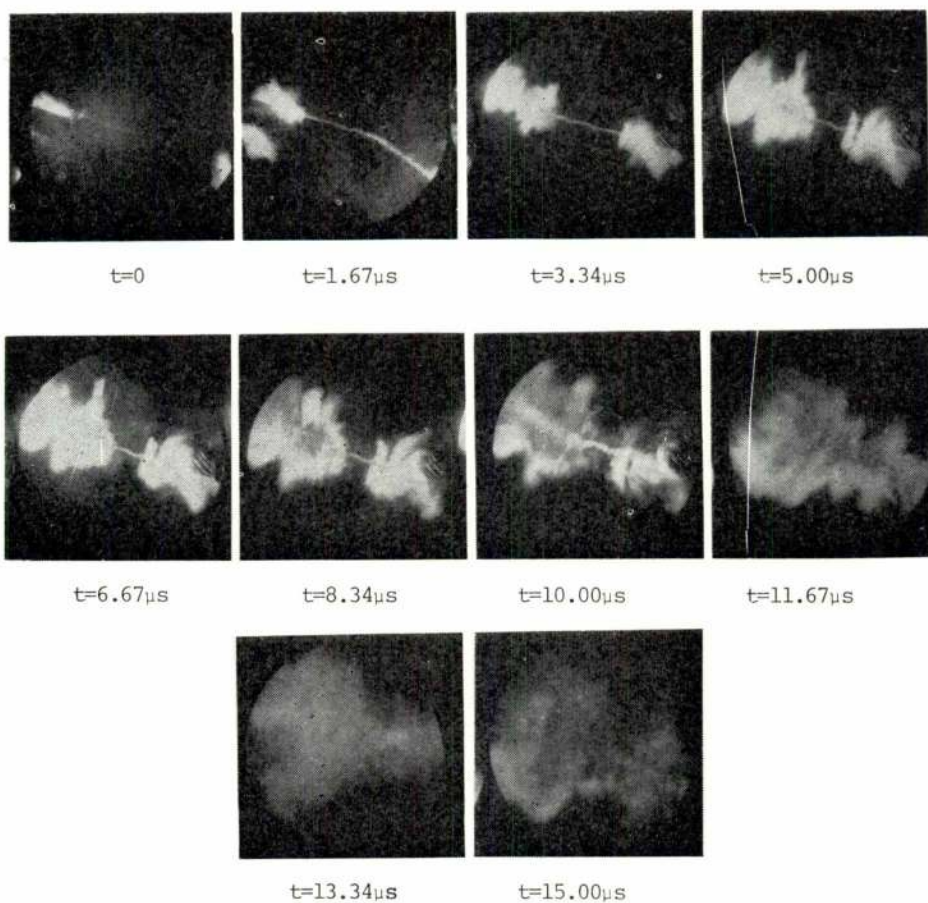


Fig. 7 — Explosão de um fio de cobre percorrido por uma tensão de 2 kV, registada à velocidade de 600 000 imagens por segundo

#### 4. INVESTIGAÇÕES FUTURAS

As potencialidades abertas no campo da investigação pelo Laboratório de Fotografia a Ultra-Alta Velocidade da Universidade de Luanda são muito vastas.

Inicialmente a câmara está a ser utilizada para complementar experimentalmente alguns trabalhos teórica (4) (5) e acerca do efeito de fracturações sobre radiais em torno das cavidades onde detonam explosivos (3), sobre a cominuição de rochas por acção explosiva (4) (5) e sobre o efeito de fracturações sobre a propagação ondulatória em sólidos (6). Algumas tentativas estão em curso, como se exemplifica na Fig. 8. Em particular, espera-se que um sistema de disparo independente a ser brevemente introduzido traga maior versatilidade ao controle dos atrasos entre o acontecimento, por um lado, e o disparo do «flash» e a rotação do espelho, por outro.

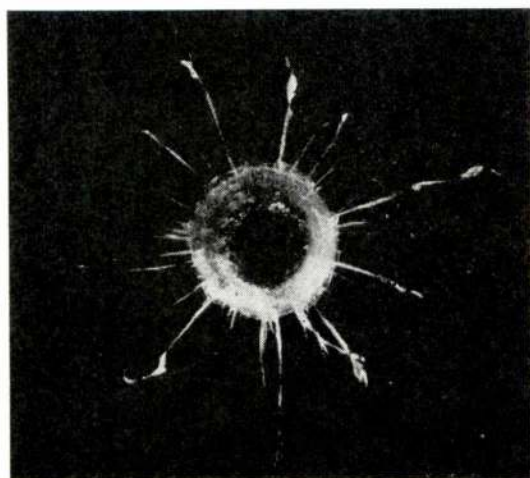


Fig. 8 — Fracturas radiais em Perspex, formadas em torno de um furo circular onde explodiu uma cápsula eléctrica

Variados temas de investigação poderão ser abertos noutras vias com o uso intensivo do equipamento de

fotografia a ultra-alta velocidade, e verdadeiras contribuições para o conhecimento de certos fenómenos poderão resultar a partir do seu registo fotográfico.

#### AGRADECIMENTOS

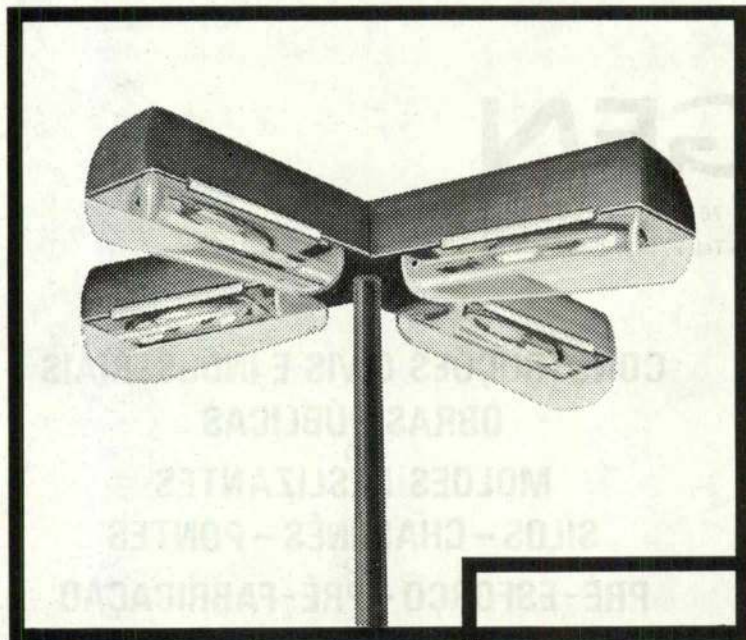
O autor agradece a colaboração do Sr. G. Foster da firma John Hadland Ltd., na montagem do equipamento descrito neste trabalho e na realização do Curso de Filmagem a Ultra-Alta Velocidade que teve lugar na Universidade de Luanda em Março de 1972.

#### BIBLIOGRAFIA

- [ 1 ] — SKINNER, A (1962) — Versatile High Speed Rotating Mirror Cameras, *Journal of Scientific Instruments*. Vol. 39, pag. 336-343, July 1962.
- [ 2 ] — INSTRUCTION MANUALS: 1 — Ultra High Speed Framing Camera; 2 — The Camera Power Unit; 3 — The Delay Unit; 4 — Automatic Trigger Unit. Ed. Barr & Stroud Limited. London.
- [ 3 ] — GAMA, C. D. and NELSON, C. R. (1970) — The Formation of Radial Cracks in Rock Blasting Analysed in Terms of the Modified Griffith Theory. Chapter 26 in *Dynamic Rock Mechanics*. Ed. G.B. Clark, A. I. M. E. New York.
- [ 4 ] — GAMA, C. D. (1970) — Laboratories Studies of Comminution in Rock Blasting. M. Sc. Thesis. Graduate School, University of Minnesota. Minneapolis.
- [ 5 ] — GAMA, C. D. (1971) — Size Distributions General Law of Fragments Resulting from Rock Blasting. *Transactions of the A. I. M. E. Society of Mining Engineers*. December 1971. Pag. 314-316. New York.
- [ 6 ] — GAMA, C. D. (1971) — Studying Rock Fractures by Wave Attenuation Methods. *Symposium on Rock Fracture*. International Society for Rock Mechanics. Nancy, September 1971.



# ARMADURAS RHOMBALUX



PARA 1 E 2 LÂMPADAS DE:

VAPOR DE MERCÚRIO CORRIGIDO 250/400W.

VAPOR DE MERCÚRIO A IODETOS 400W.

VAPOR DE SÓDIO DE ALTA PRESSÃO  
(SÓDIO BRANCO) 250/360/400W.

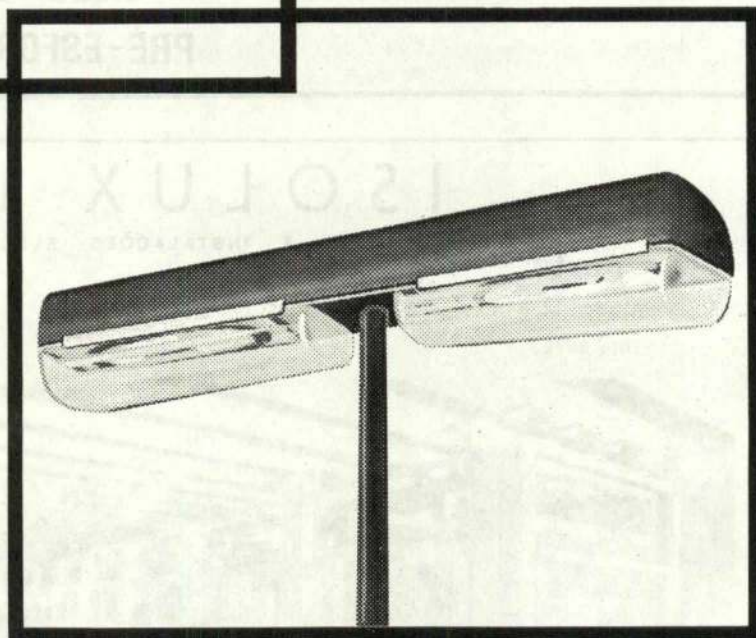
VAPOR DE SÓDIO DE BAIXA PRESSÃO  
135/180 W

MODELOS COM E SEM INCORPORAÇÃO  
DOS ACESSÓRIOS ELÉCTRICOS

POSSIBILIDADE DE FORMAR DIVERSOS  
CONJUNTOS DE ARMADURAS  
(EM FORMA DE ESTRELAS)

FIXAÇÃO A POSTE E PAREDE

MONTAGEM HORIZONTAL OU INCLINADA



MIRA-151

**CONSTRUÇÕES  
ELÉCTRICAS**

**SCHREDER, S.A.R.L.**

PRAÇA JOSÉ FONTANA, 25 • TELEFONE 56 10 01 • LISBOA



# H. HAGEN

SEDE — Av. Elias Garcia, 22-1.º • tel. 76 70 28 • LISBOA

DELEGAÇÃO — Av. Sá da Bandeira, 45-4.º • Tel. 27141/2 • COIMBRA

**CONSTRUÇÕES CIVIS E INDUSTRIAIS**  
**OBRA PÚBLICAS**  
**MOLDES DESLIZANTES**  
**SILOS — CHAMINÉS — PONTES**  
**PRÉ-ESFORÇO — PRÉ-FABRICAÇÃO**

## ISOLUX L. DA

ESTUDOS E INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS

**Porto**

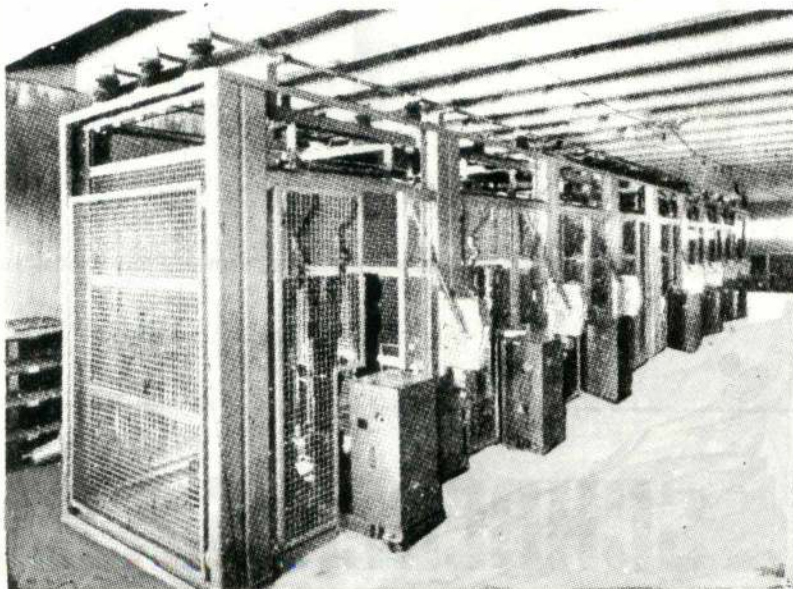
R. Dr. Alfredo Magalhães, 110 - 2.º. Dt.º.

Tel. 20723

**Lisboa**

L. Campo Pequeno, 21 - 4.º Esq

Tel. 77 00 30/8/9



CELAS ABERTAS DE ALTA TENSÃO

Projectos e instalações  
eléctricas de:

Centrais

Subestações

Postos de Transformação

Fábricas

Edifícios públicos

Blocos residenciais



# INTERPRETING SIEVE ANALYSES OF PRODUCTS OF INDUSTRIAL CRYSTALLIZERS

CLEMENTE MANUEL PEDRO VICENTE NUNES  
Assistente do Instituto Superior Técnico, Portugal (1)  
C. M. VAN 'T LAND  
Akzo Engineering, Hengelo (O), The Netherlands

## RESUMO

«Algumas representações gráficas, de produtos de cristalizadores industriais, são já bem conhecidas. No entanto, as formas tradicionais, não fornecem nenhuma indicação quanto ao processo de cristalização.

Larson e Randolph, recentemente, introduziram o cálculo da densidade de população que pode ser facilmente obtido a partir duma análise granulométrica vulgar. A partir deste cálculo podem ser obtidos os valores do coeficiente de crescimento linear, e do coeficiente de nucleação dos cristais no cristalizador em consideração.

Neste ponto, estamos também em condições de deduzir métodos e regras para mudar ou obter uma determinada distribuição granulométrica.

Neste artigo evidenciam-se algumas vantagens deste novo método».

## 1. INTRODUCTION

### 1.1 Definition of crystallization

Crystallization may be defined as the process of producing a solid state of matter characterized by an ordered molecular structure as shown by a reproducible X-ray pattern.

The presence of an X-ray pattern identifies the crystalline state, and thus distinguishes between amorphous and crystalline materials.

Every year enormous amounts of sugar, sodium chloride, potassium chloride, ammonium sulphate and so on are produced by means of unit operation crystallization. In these cases crystallization takes place from a solution. The discussion will be restricted to this method.

### 1.2 Classification of crystallizing equipment

A common classification is that based on the method of producing supersaturation.

In a *cooling crystallizer* mass transfer from the liquid to the solid phase is brought about when a hot solution is cooled by means of heat exchange through a wall.

## SUMMARY

Graphical representations of the products of industrial crystallizers are well known. The traditional ways of representation bear no relationship to the process of crystallization.

Larson and Randolph recently introduced the population density plot which can be easily derived from a normal sieve analysis. From these plots data may be obtained about the linear rate of growth and the nucleation rate of the crystals in the crystallizer under consideration.

From the plots rules and methods may be derived for changing or obtaining a given crystal size distribution.

In this paper the merits of the new method are discussed.

Cooling crystallizers are used for systems with a steep solubility curve.

In an *adiabatic crystallizer* supersaturation is also produced by cooling a hot solution. In this case cooling is accomplished by flashing. This type of crystallizer may be chosen, when systems with a moderate variation of the solubility with temperature are concerned. The reason is that in addition to the yield produced by cooling there is a yield due to partial evaporation of the solvent.

The *evaporative type of crystallizer* is used when the solubility does not vary too much with temperature. Supersaturation is produced by evaporating the solvent.

In *reaction crystallizers* a chemical reaction precedes crystallization.

The reacting substances are in the liquid phase, or pass into it, and then take part in a reaction. The concentration of the reaction product exceeds the solubility and crystallization follows.

An example is the crystallization of ammonium sulphate by passing ammonia into a solution of sulphuric acid.

In *salting-out crystallizers* the solubility of a component already present is reduced by the addition of a different substance.

(1) Actualmente na Universidade de Birmingham como bolsheiro do Instituto de Alta Cultura.

Undersaturation or saturation changes into supersaturation and crystallization follows.

Various examples can be given. Sodium chloride is crystallized from a brine by the addition of ethyl alcohol.

Gypsum may be crystallized from a solution of calcium sulphate in water by the addition of sulphuric acid or lime.

Organic substances may be watered out.

Crystallization may be carried out continuously or batchwise.

In most crystallizers the contents (liquid and crystals) are homogeneously mixed, but there are crystallizers with a fluidized bed of crystals and an external circulation of clear mother liquor.

### 1.3 Importance of controlling crystal size

In selecting a crystallizer for a particular product only those types are considered which come up to the demands with regard to quantity, quality and reliability. Then the total costs involved will be decisive.

Quality may be judged by crystal shape, crystal appearance, purity, bulk density and crystal size distribution.

The last aspect is very important for the following reasons:

- The product must be able to meet the customer demands.
- A coarse product makes centrifuging and drying cheaper per tonne of product.
- A coarse product does not give dust problems.

## 2. TRADITIONAL WAYS OF REPRESENTING SIEVE ANALYSES

The industrial practice products are invariably made for customers.

A customer states the quantity to be delivered and in many cases various aspects of the quality. If a given customer also requires a certain particle size and/or particle size distribution, specifications of the following type may be expected:

50 weight % > 0,5 mm  
max. 10 weight % < 0,2 mm  
min. 5 weight % > 0,8 mm

It should be emphasized that customer specifications concerning particle size always relate sizes to weight percentages.

It is therefore logical that in the plant these criteria are also used for evaluating the granular material.

If no regularity in the sieve analyses can be distinguished, numerous data are required to characterize the product completely.

Scientists and engineers have tried to design methods for characterizing crystal size distribution by, say, two parameters. They have been fairly successful.

### 2.1 RRS method

In the thirties an empirical relation was found in Germany for the weight percentage  $R$  of broken coal remaining on a sieve with square openings  $L$ .

$$R = 100 \cdot \exp \left[ - \left( \frac{L}{L'} \right)^n \right] \quad (1)$$

In this formula  $n$  is the uniformity number and  $L'$  is a reference size. This formula leads to:

$$10 \log 10 \log R = f(n, 10 \log L)$$

Experimental data may be plotted on RRS paper. In vertical direction we find a double logarithmic scale for  $R$ . The X-axis is logarithmic for  $L$ . If a straight line is obtained the product conforms to the RRS formula. The slope of the line is  $n$  (uniformity number). See Fig. 1. If the shape factor for area and the crystal density in g/cc are known, it is possible to calculate the surface area in m<sup>2</sup>/kg.

A particle size distribution is then fully characterized by a 50 weight % diameter and a uniformity number ( $L_{50}$ ,  $n$ ).

When plotted, many crystal size distributions give a more or less straight line. Deviations may often be noticed in the larger and smaller size ranges.

It should be stressed, however, that by interpreting experimental data by means of a double logarithmic scale versus a logarithmic scale many distributions are forced into the RRS distribution.

Another criticism is that the method bears no relationship to the process of crystallization.

The method is widely used in Germany.

### 2.2 MA/CV method

In the USA and England engineers found it useful to plot weight percentages versus crystal size on arithmetic-probability paper. The X-axis is calibrated in accordance with the Gaussian curve.

Again, a straight line is quite often obtained. See Fig. 2. Deviations are noticed in the larger and smaller size ranges. A particle size distribution is then completely fixed by the 50 weight % diameter ( $MA$  = mean aperture) and the coefficient of variation:

$$CV = 100 \cdot \frac{\sigma}{L_{50}} \%$$

In this formula  $\sigma$  is the standard deviation for the normal distribution. It is well known that the interval  $|L_{50} - \sigma, L_{50} + \sigma|$  comprises 2/3 of the area of the curve. Therefore:

$$CV = 100 \cdot \frac{L_{83,335} - L_{16,665}}{2 \cdot L_{50}} \quad (2)$$



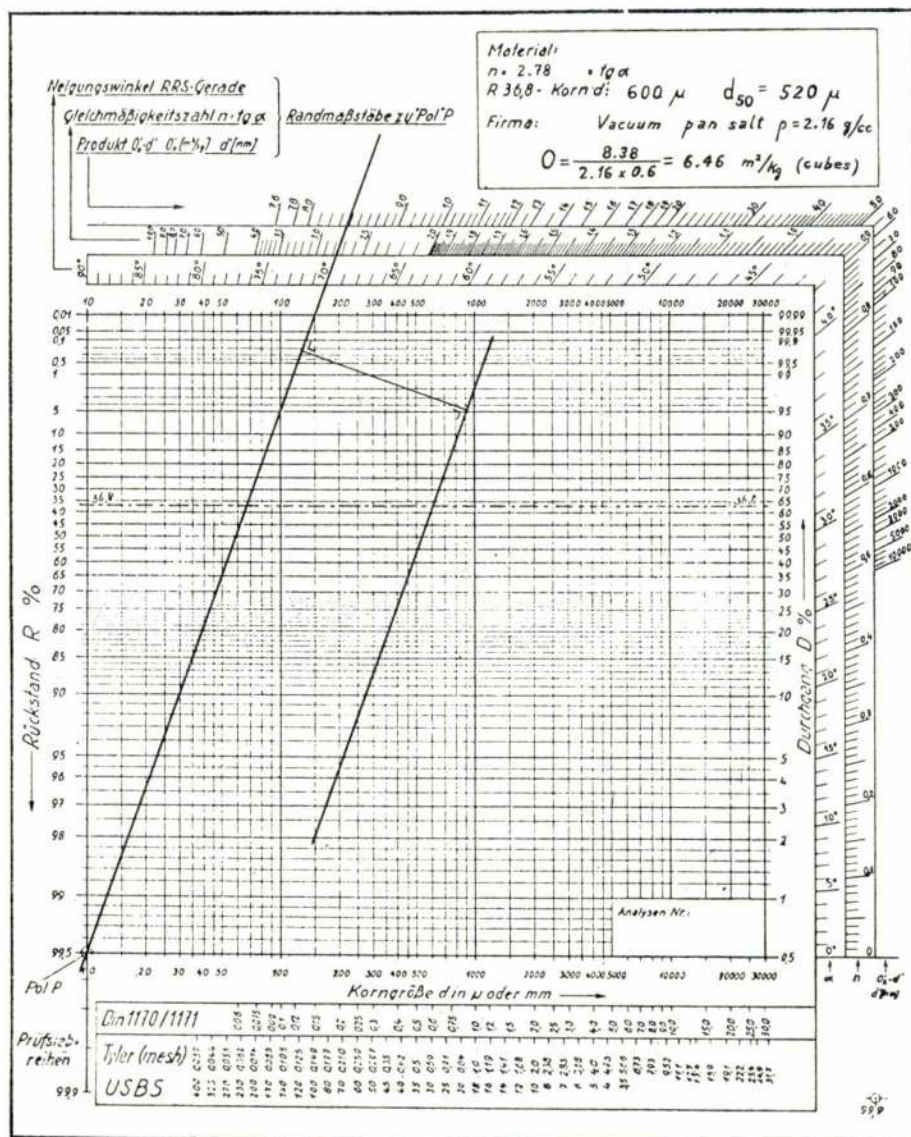


Fig. 1: RRS — plot

Neigungswinkel RRS — Gerade : angle of inclination  
 Gleichmäßigkeitszahl  $n = \tan \alpha$  : uniformity number  
 Rückstand R % : cumulative oversize

Durchgang D % : cumulative undersize  
 Korngröße d in  $\mu$  oder mm : particle size  
 Prüfsiebreihen : sieve

The method may also be used if a straight line only between 10 and 90 weight % is obtained, but then nothing is fixed about the distribution outside this interval.

The method is definitely more sensitive than the RRS method, but again there is no relationship to the actual process of crystallization.

### 2.3 Logarithmic probability paper

This method is sometimes mentioned in the literature. The X-axis is calibrated in accordance with the Gaussian curve.

Vertically the logarithm of the particle size is plotted.

Characterization may be done by, again, an  $L_{50}$  and the slope of the line.

Reference 1 gives an example of this method.

### 2.4 Various methods

Quite often manufacturers have designed their own methods enabling them to simply identify a crystal size distribution. As an example the use of a  $\sqrt{L}$  probability paper is known to the authors.

In the literature papers can be found on the advantages of the various ways of presentation. Certain methods are sometimes considered superior to others. From a scientific point of view these discussions are irrelevant, as none of the methods affords an insight into what is actually going on in a crystallizer. Hence, from these methods we cannot derive measures for changing the particle size in existing equipment, nor rules for obtaining a certain particle size in new equipment.

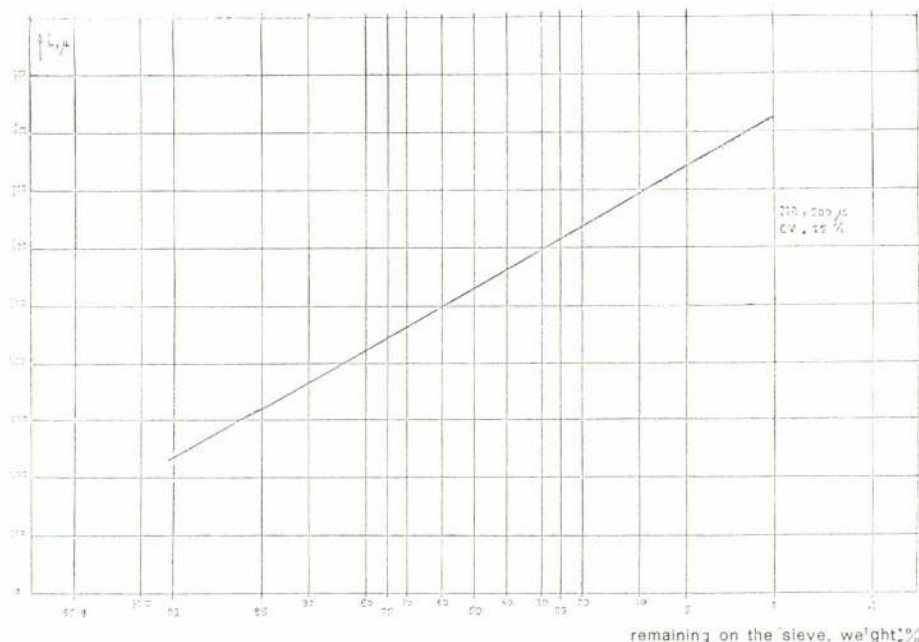


Fig. 2: MA'CV plot

### 3. A NEW WAY OF INTERPRETING SIEVE ANALYSES

In estimating the dimensions of a crystallizer chemical engineers use mass and energy balances. These concepts are well known from other unit operations like distillation and extraction. These unit operations deal with fluids. Crystallization, however, deals with granular materials. The mass flows is tonnes/h are finely divided. Therefore, it is very useful to use a third balance:

The net nucleation rate equals the net particle removal rate.

This is called the numbers or population balance.

In the traditional ways of representing sieve analyses cumulative weight percentages are plotted against particle sizes. That is, one starts with a sieve of, say, 100 microns and measures how many *grams* of a 100 g sample remain on the sieve and so on ( $W = f(L)$ ).

Thinking in terms of numbers of particles, one could calculate from these data how many *particles* remain on this sieve ( $N = f(L)$ ).

Differentiating a cumulative weight plot gives a differential plot or rather a distribution:  $\frac{dW}{dL} = w$ .

In differentiating a cumulative numbers plot one obtains a *population density plot*:  $\frac{dN}{dL} = n$ .

$$\text{In formula} \quad N(L_1) = \int_{L=0}^{L=L_1} n \cdot dL$$

(3)

How can such a plot be obtained? An example will be given that is taken from reference 2. These two authors have done much work to introduce the new method. The calculation scheme is an approximation of differentiation.

A laboratory analysis yields the first two columns.

Standard U. S. sieves	$\Delta W, ^1)$ grams	$L_{av}, ^1)$ $\mu$	$\Delta L, ^1)$ $\mu$	$\frac{1}{g} \cdot k_v \cdot L_{av}^3 \cdot \Delta L, ^1)$ $g \cdot \mu$	$n, ^1)$ $-/1. \mu$
+ 35	1.30				
- 35 + 40	0.76	479	66	$1.28 \times 10^{-2}$	59
- 40 + 50	1.70	374	145	$1.34 \times 10^{-2}$	127
- 50 + 70	3.82	257	89	$2.68 \times 10^{-3}$	1,425
- 70 + 100	9.03	177	71	$6.98 \times 10^{-4}$	12,940
- 100 + 140	12.72	128	26	$9.65 \times 10^{-5}$	132,000
- 140 + 200	27.10	98	34	$5.65 \times 10^{-5}$	480,000
- 200 + 325	44.70	63	37	$1.64 \times 10^{-5}$	2,730,000
- 325	10.72				
	111.85				

1) Per litre of slurry



$\rho$  is the density of the solid phase in  $\text{g}/\mu^3$   
 $k_v$  is the shape factor relating the volume of a particle to the linear size:  $V = k_v L^3$ .

Hence  $\rho \cdot K_v \cdot L^3$  represents the weight in grams of a particle just retained on a sieve with square openings  $L$ .

Dividing  $\Delta W$  by  $\rho \cdot k_v \cdot L_{av}^3$  we obtain the number of particles  $\Delta N$  in the size range considered. When further dividing this by  $\Delta L$ , we obtain an approach to

$$n = \frac{dN}{dL} = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta L}$$

Finally  $10 \log n$  is plotted against  $L_{av}$  and a graph is obtained.

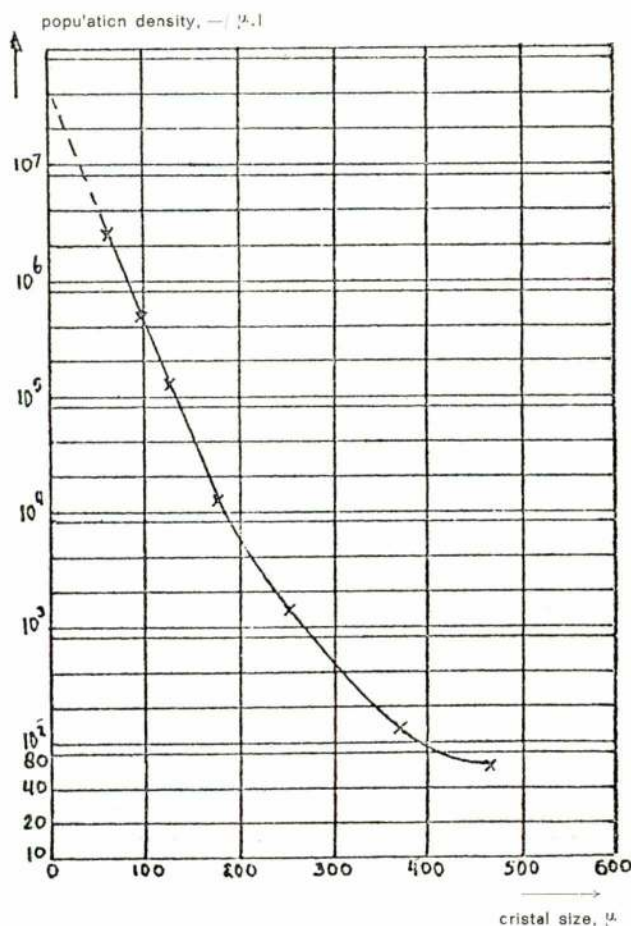


Fig. 3: Population density plot

Population density of crystals on a size interval is analogous to population density of men per  $\text{km}^2$ . The difference in densities around  $479 \mu$  and  $63 \mu$  may be compared with the difference in population densities between the Sahara desert and the Lisbon District.

It will be noticed that through a number of points a straight line may be drawn. Other points deviate from this line.

It will now be shown that a «well-behaving» crystallizer and a «well-behaving» product lead to a straight line. Deviations can often be traced to physical cause.

Description of a «well-behaving» crystallizer.

- Homogeneous contents, i.e. mixed suspension and mixed product removal.
- No particles enter with the feed stream.
- Continuous operation with stationary conditions.

Description of a «well-behaving» product.

- All nuclei of the crystallization process have infinitesimally small sizes.
- Crystals do not break (a large particle breaks into 2, 3 or 4 smaller particles, attrition is not considered breakage).
- Crystals do not agglomerate (2, 3 or 4 fairly large particles form one large particle, agglomeration of nuclei is not considered agglomeration).
- The linear growth rate of the crystals is not a function of the crystal size:  $r = dL/dt \neq f(L)$ . This is the  $\Delta L$  - law of McCabe (ref. 3).
- Crystallization does not lead to volume changes:

Mathematical treatment.

Consider a size range from  $L_1$  to  $L_2$ . See Fig. 4.

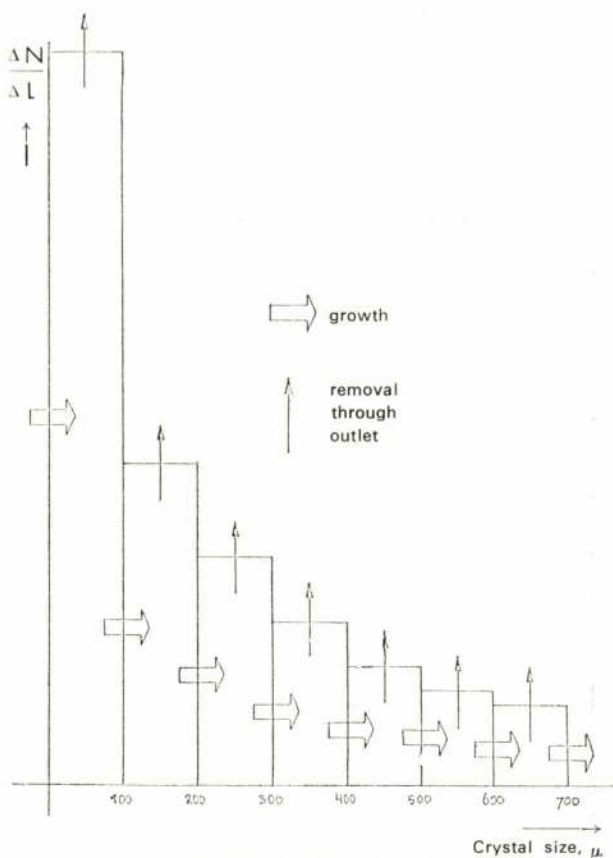


Fig. 4: Population density

A steady flow of particles enters the interval from the lower size ranges due to growth. As the number of particles in the size range under consideration does not change, this flow equals the sum of the two leaving flows. The first exit flow is due to the product removal.

The second flow is the number of particles growing into the next size range per unit time.

In a time interval  $t$ :

$$V \cdot r_1 \cdot n_1 \cdot \Delta t = V \cdot r_2 \cdot n_2 \cdot \Delta t + Q \cdot \bar{n} \cdot \Delta L \cdot \Delta t \longrightarrow$$

$$\frac{V(r_2 n_2 - r_1 n_1)}{\Delta L} + Q \cdot \bar{n} = 0 \longrightarrow$$

$$V \cdot \frac{d(rn)}{dL} + Q \cdot n = 0. \longrightarrow$$

$V$  is the working volume of the crystallizer and  $Q$  the volume flow of the slurry leaving the crystallizer.

Hence  $\frac{V}{Q} = T$ , the residence time.

As we assumed  $r \neq f(L)$ :

$$\frac{dn}{dL} + \frac{n}{rT} = 0 \longrightarrow$$

$$\int \frac{dn}{n} = - \int \frac{dL}{rT} \longrightarrow$$

$$n = n_0 \cdot \exp \left[ -L/rT \right] \longrightarrow$$

$$10 \log n = 10 \log n_0 - \frac{L}{2.303 \cdot r \cdot T} \longrightarrow (4)$$

This means that a straight line will be obtained in case  $10 \log n$  is plotted as a function of  $L$ .

A representation is given in Fig. 5.

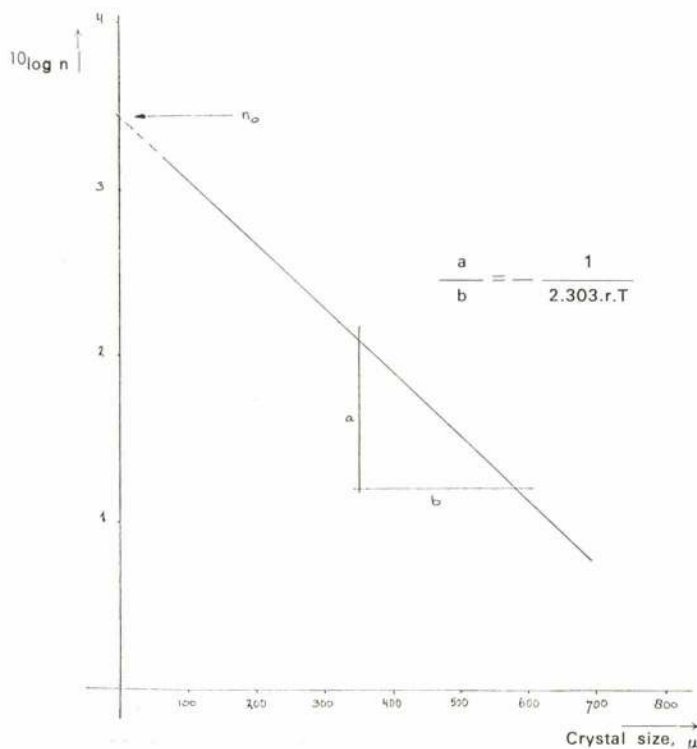


Fig. 5: Rate of growth and nucleation rate from population density data

The slope of the line is used to determine  $r$ .

The intersection of the line with the Y-axis gives  $n_0$  in number of particles/litre of slurry.micron for zero length.

The product  $S = n_0 \cdot r$  in number of particles/litre of slurry.min gives the nucleation rate.

Thus it made clear that kinetic data concerning the rates of growth and nucleation may be obtained.

The total number of particles up to size  $L$ ;

$$N(L) = \int_{L=0}^{L=L} n \cdot dL = \int_{L=0}^{L=L} n_0 \cdot \exp \left[ -L/rT \right] \cdot dL = n_0 \cdot rT \left[ 1 - \exp(-L/rT) \right]$$

For  $L \rightarrow \infty$

$$N_T = n_0 \cdot rT$$

The weight of the particles up to size  $L$  in grams per litre of slurry:

$$M(L) = \int_{L=0}^{L=L} k_v \cdot n \cdot L^3 \cdot dL =$$

$$\int_{L=0}^{L=L} k_v \cdot n_0 \cdot \exp \left[ -L/rT \right] \cdot L^3 \cdot dL$$

The slurry density in g/l:

$$M_T = \int_{L=0}^{L=\infty} k_v \cdot n_0 \cdot \exp \left[ -L/rT \right] \cdot L^3 \cdot dL =$$

$$= 6 \cdot k_v \cdot n_0 \cdot (rT)^4 \quad (6)$$

$n_0$  and  $r$  derived from a plot must be checked by means of this relation.

It should be emphasized that this treatment of industrial crystallization is a typical chemical engineering approach, as it uses the concept of the perfectly mixed vessel with its well-known residence time distribution.

The use of the linear growth rate in  $\mu/\text{min}$  is not so familiar to chemical engineers in handling mass transfer problems. There is a simple equation relating the rate of mass deposition in  $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$  to the linear growth rate:

$$\phi_m'' = \frac{10^8}{6} \cdot r.$$

Furthermore:  $\phi_m'' = k \cdot \Delta C$ , where  $k$  is the mass transfer coefficient in  $\text{m}^2/\text{s}$ . Mass transfer coefficients may be calculated from applicable formulae relating the number of Sherwood to the numbers of Reynolds and Schmidt.

The number of grams in a size range  $dL$  per litre of slurry:

$$dm = n \cdot k_v \cdot L^3 \cdot dL$$



The weight fraction is  $dw = \frac{dm}{M_T}$  —→

$$\frac{dw}{dL} = \frac{n \cdot L^3}{6 n_o (rT)^4} \quad \text{—→}$$

$$\frac{dw}{dL} = \frac{\exp(-L/rT) L^3}{6(rT)^4} \quad \text{—→}$$

The maximum is found as follows:

$$\frac{d}{dL} \exp(-L/rT) \cdot L^3 = 0 \quad \text{—→}$$

$$3 - \frac{L}{rT} = 0 \quad \text{—→}$$

$$L_D = 3rT \quad \text{—→} \quad (7)$$

$L_D$  is called the dominant size.

$\frac{dw}{dL}$  as a function of  $L$  is given in Fig. 6.

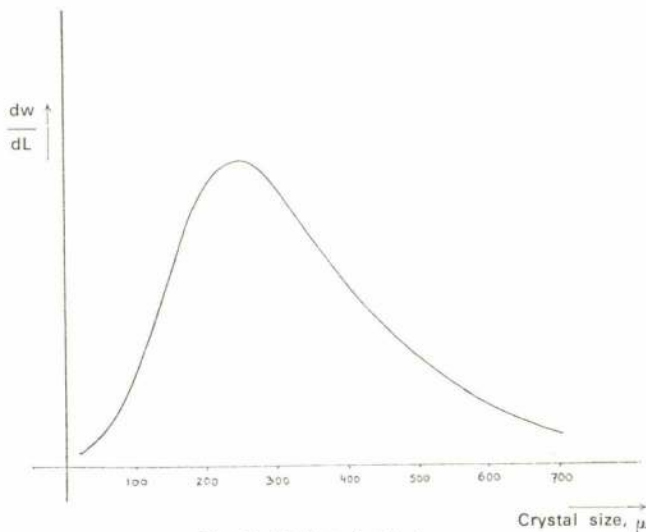


Fig. 6: Weight distribution curve

It is noteworthy that when the coarser particles lose growing power due to attrition or segregation, the distribution may readily turn into a normal or Gaussian distribution. See Fig. 7.

This explains the use of the MA/CV method.

#### 4. SOME REMARKS ON NUCLEATION

Nucleation is the birth of a new phase. A distinction is made between primary and secondary nucleation. The latter type of nucleation is induced by crystals already present.

Primary nucleation comprises all other types of nucleation. Advanced workers in the field agree upon the hypothesis that secondary nucleation usually prevails in the case of industrial crystallization (ref. 4, 5).

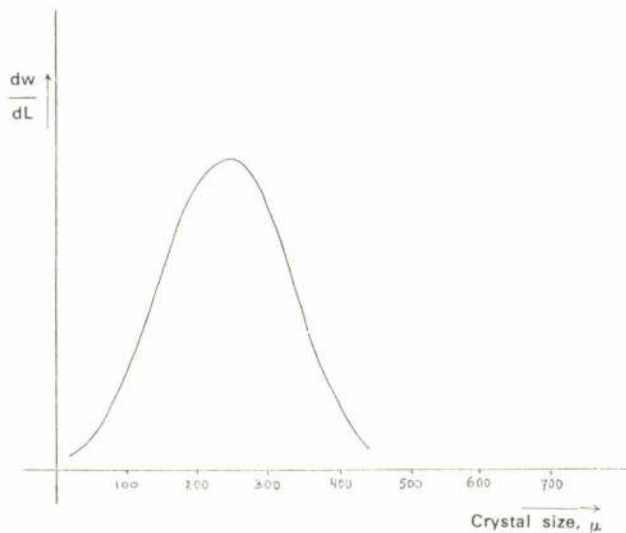


Fig. 7: Gaussian curve

More specifically, secondary nucleation may be brought about by:

- collision of the crystals with one another;
- collision of the crystals with stationary metal parts;
- collision of the crystals with rotating parts in the system of the crystallizer.

In an industrial crystallizer one, two or three mechanisms may be active.

One mechanism may prevail.

Secondary nucleation is based on the fact that new particles are eroded from the larger particles when they collide.

We may distinguish two types of secondary nucleation:

- Contact nucleation: this produces a fountain of small nuclei on simply tapping a particle in a supersaturated solution (ref. 6). No visible damage is done to the crystal.
- Attrition: this causes small chips to break away e.g. in the case of dendritic growth but in many other instances as well.

It is easily understood that secondary nucleation does not vary too much with supersaturation changes and this explains why so many industrial crystallizers produce a stable particle size distribution.

It is well known that primary nucleation is difficult to control; it is an «all or nothing» phenomenon well known to laboratory workers (sudden appearance of clouds in a clear supersaturated solution).

This does not mean that secondary nucleation is not influenced by the supersaturation in the crystallizer. Generally, a low order dependence is observed. This may be visualized as follows: a higher level of supersaturation enhances the chance of survival of small nuclei. This is definitely supported by the survival theory (ref. 7).

In the literature on industrial crystallization it is often assumed that the linear growth rate of the crystals is proportional to the supersaturation:  $r = k_1 \cdot \Delta C$ .

Mullin (ref. 4) points out that such behaviour cannot always be assumed and that in a number of cases exponents between 1.4 and 2.2 are obtained in  $r = k_1 \cdot (\Delta C)^m$ .

These exponents were found with, for instance, potassium alum, ADP and KDP, all of them inorganic salts crystallized from low viscosity mother liquors, where diffusion may have a rate comparable with the rate of the chemical reaction. Bennett (ref. 11) observes linearity for sugar. In addition, Rumford and Bain observe linearity for NaCl (ref. 15).

However, we shall continue with the simple linear relationship.

Nucleation power model:  $S = k_2 \cdot (\Delta C)^i$

Hence  $S = k_3 \cdot r^i$

The exponent  $i$  may be determined. Experiments in an actual crystallizer may be carried out by changing the production intensity in  $t/m^3 \cdot h$  ( $r$  then changes as well) while the slurry density and the hydraulic regime are kept constant. Each run gives a plot  $10 \log n$  versus  $L$ .

Each plot gives a certain  $(S, r)$  combination.

These combinations are plotted:  $10 \log S$  versus  $10 \log r$ .

It is assumed that line I is obtained. See Fig. 8.

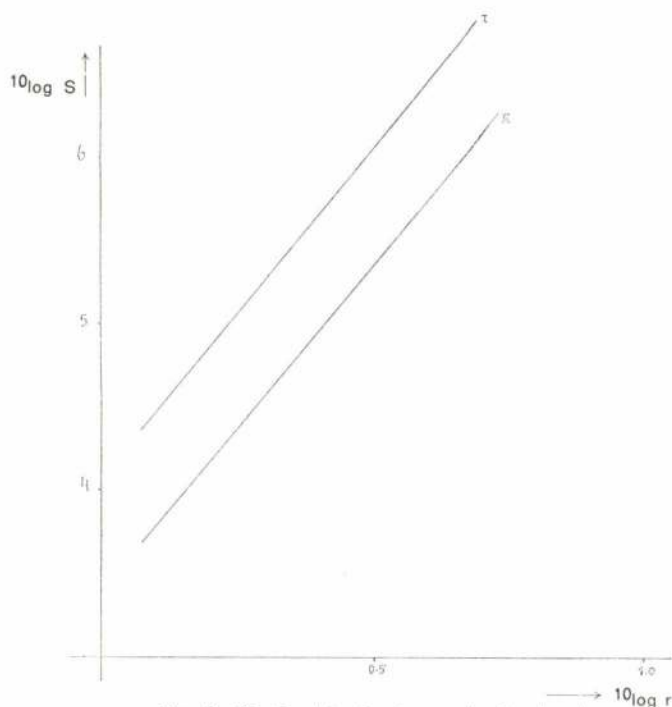


Fig. 8: Kinetic data for two production levels

Now drastic changes in the slurry density may be in terms of population density. The samples were obtained of the crystals are apparently not an important source of nuclei (within the interval of slurry densities investigated). See also ref. 16.

The same applies to the hydraulic regime.

Would it not be possible to derive design rules from these considerations?

This question is very difficult to answer. The trouble is that the nucleation rate is determined by the characteristics of the crystallizer under consideration together with the slurry density and the hydraulic regime.

The parameters of the crystallizer may, for instance, be the circulation time, the arrangement of the various crystallizer elements (heater-boiling zone — pump or: pump — boiling zone — heater in the case of an evaporative crystallizer) and so on. The influence of these parameters must also be known and is only established after many experiments.

It should be emphasized that it is hardly possible to get information about the nucleation in the large crystallizer from laboratory experiments. The parameters controlling nucleation often have values that may differ as much as one order of magnitude. The slurry velocity in the tubes of an evaporative crystallizer may vary between 1 and 3 m/s. In a small glass vessel with a small glass tube these velocities are difficult to maintain. The tip velocity of a large screw pump may be 20 m/s. The tip speed of a small laboratory stirrer cannot be that high.

## 5. SOME REMARKS ON CRYSTAL GROWTH

If the  $\Delta L$ -law of McCabe is valid (linear growth rate in  $\mu/min$  of a crystal is not a function of the size of the crystal), the three factors controlling the rate of advancement of a crystal face are:

- the temperature;
- the velocity difference between the crystal and the supersaturated solution;
- the supersaturation.

Many research workers carry out experiments concerning the growth of a crystal on a needle in a flowing supersaturated solution. This certainly gives an idea of the rates of growth to be expected in the industrial crystallizer.

However, the actual situation in a crystallizer is different.

Many experiments are carried out in a stirred vessel. A large amount of crystals of equal size may be grown without nucleation.

Yet another type of experiments relates to the growth of crystals in a fluid bed.

When growth and nucleation in a laboratory crystallizer take place simultaneously the results can be interpreted along the lines discussed in the third chapter.

The important point is that it is quite possible to get an idea of growth rates in an industrial crystallizer from laboratory experiments. The parameters controlling crystal growth of the same order of magnitude in both types of equipment.

## 6. APPLICABILITY OF THE MODEL

In laboratory experiments straight lines for  $10 \log n$  versus  $L$  were obtained many times.

The particle sizes reported were a few hundred microns. High exponents in  $S = k_3 \cdot r^i$  showed pri-



mary nucleation to be active. It is very likely that primary heterogeneous nucleation is active in these cases, i.e. nucleation starts on small suspended foreign particles.

See references 7, 8, 9, 10.

Two examples of the application of the model to large-scale industrial crystallization were found in the literature. The first deals with the crystallization of sugar from its very viscous mother liquor at 70° C in an evaporative type of crystallizer (ref. 11).

The second deals with the crystallization of urea from its more waterlike mother liquor in a DTB crystallizer (Swenson) and in a different type of evaporative crystallizer.

In both instances nucleation (and hence the crystal size!) was found to be controlled by fast rotating metal parts (ref. 12); the crystal sizes varied from 0.4 to 0.8 mm on a 50 weight % basis.

Postnikov investigated the crystallization of seven inorganic salts in equipment producing a few hundred kilograms per hour (ref. 13).

In these cases a downward curvature of the graph  $10 \log n$  versus  $L$  is observed. Postnikov attributes this to attrition by the pump circulating the suspension and abrading the larger particles.

Canning has written a paper dealing with deviations from the straight line relationship (ref. 14).

A downward curvature may, for instance, be expected when large particles undergo attrition. An upward curvature may be observed in some cases.

It is possible that the larger particles are then subject to slight attrition.

The surface is roughened and is thus rendered active. Growth is enhanced. In an evaporative crystallizer for inorganic salts zones of undersaturation may exist in the heater tubes. Small chips are redissolved, which causes a steep slope for the smaller size ranges.

lizer for inorganic salts zones of undersaturation may exist in the heater tubes. Small chips are redissolved, which causes a steep slope for the smaller size ranges.

The method of the population density may help to deepen our understanding of industrial crystallization. But we can never expect to get straightforward design rules for obtaining a given crystal size distribution, unless we carry out the experiments in a pilot plant crystallizer.

The pilot plant crystallizer must be constructed in such a way that the parameters controlling nucleation and growth can be varied in the same interval as in the large crystallizer.

Again, these parameters can only be established after an extensive analysis of large crystallizers, especially modified for varying operating conditions.

If curved population density plots are obtained, the recent paper by Abegg, Stevens and Larson (ref. 17) may be used.

We interpreted a large amount of sieve analyses in terms of population density. The samples were obtained from large industrial crystallizers for cooking salt. Operating conditions were carefully controlled and only crystallizers with clear feeds were considered.

Because of the small variation of the solubility with temperature, cooking salt is produced by the evaporation of water from brine in multiple effect evaporation plants.

The population density plot and the plots  $10 \log S$  versus  $10 \log r$  were powerful tools in the analysis.

## 7. LIST OF SYMBOLS

$\Delta C$	supersaturation	g/100 g of solvent
CV	coefficient of variation	%
i	exponent	—
k	empirical constant	—
$k_v$	shape factor	—
L	width of square sieve opening or crystal size	$\mu$
MA	mean aperture or average crystal size on a 50 weight % basis	$\mu$
$M_T$	slurry density	g/l
m	exponent	—
$N_T$	total amount of crystals	—/l
N	cumulative number of crystals	—/l
n	uniformity number	—
	population density	—/l. $\mu$
Q	flow into and out of the crystallizer	l/min.
R	cumulative oversize	weight %
r	linear growth rate of the crystals	$\mu$ /min
S	nucleation rate	—/l.min
T	residence time defined as $V/Q$	min
t	time	min
V	volume of a crystal	$\mu^3$
	volume of a crystallizer	l <sup>3</sup>
W	cumulative fraction oversize	—
w	weight fraction distribution	—/ $\mu$
$\rho$	crystal density	g/ $\mu^3$
$\dot{Q}''_m$	mass deposition rate	kg/m <sup>2</sup> .S

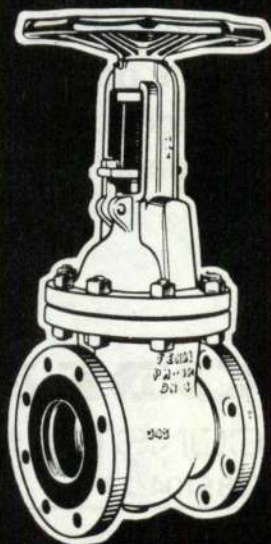
## 8. LITERATURE

- 8.1 Bennett, A. E., Scarlett, J., Scuffham, J. B.  
Chemical and Process Engineering (1967) 43.  
«Ureum manufacture».
- 8.2 Larson, M. A., Randolph, A. D.  
Chemical Engineering Progress Symposium Series  
95 Vol. 65, 1969.  
«Size distribution analysis in continuous crystallization».
- 8.3 McCabe, W. L.  
Industrial and Engineering Chemistry 21 (1969)  
pages 30 and 112.  
«Crystal growth in aqueous solutions».
- 8.4 Mullin, J. W.  
Dechema — Monographien Band 66.  
«Laboratory studies and the design of industrial crystallizers».
- 8.5 Reid, R. C., et al.  
Industrial and Engineering Chemistry 62 (190)  
11, 52.  
«Annual review of crystallization».
- 8.6 Clontz, N. A., McCabe, W. L.  
Chemical Engineering Progress Symposium Series  
110 Vol. 67, 1971.  
«Contact nucleation of magnesium sulphate heptahydrate».
- 8.7 Bransom, S. H., Dunning, W. J., Millard, B.  
Discussions of the Faraday Society 5 (1949) 83.  
«Kinetics of crystallization in solution».
- 8.8 Shiotsuka, T., Toyokura, K.  
Kagaku Kōgaku (abridged edition) 5 (1967) 98.  
«Design methods of continuous stirred tank crystallizer».
- 8.9 Larson, M. A., Timm, D. C., Wolff, P. R.  
AIChE Journal 14 (1968) 3, 452.  
«Effect of nucleation kinetics on the dynamic behavior of a continuous crystallizer».
- 8.10 Timm, D. C., Cooper, T. R.  
AIChE Journal 17 (1971) 2, 285.  
«Crystallization: kinetics and design considerations».
- 8.11 Bennett, R. C.  
Chemical Engineering Progress Symposium Series 95 Vol. 65, 1969.  
«Continuous sugar crystallization: a chemical engineer's viewpoint».
- 8.12 Bennett, R. C., Van Buren, M.  
Chemical Engineering Progress Symposium Series 95 Vol. 65, 1969.  
«Commercial urea crystallization».
- 8.13 Postnikov, V. A., et al.  
Theoretical foundations of chemical engineering 3 (1969) 47.  
«Grain-size composition of crystals».
- 8.14 Canning, T. F.  
Chemical Engineering Progress 66 (1970) 80.  
«Interpreting population density data».
- 8.15 Rumford, F., Bain, J.  
Transaction of the Institution of Chemical Engineers 38 (1960) 10.  
«The controlled crystallization of sodium chloride».
- 8.16 Larson, M. A., Timm, D. C., Wolff, P. R.  
AIChE Journal 14 (1968) 3, 448.  
«Effect of suspension density on crystal size distribution».
- 8.17 Abegg, C. F., Stevens, J. D., Larson, M. A.  
AIChE Journal 14 (1968) 118.  
«Crystal size distribution in continuous crystallizers when growth rate is size dependent».



# VÁLVULAS

de cunha,  
retenção, regulação  
e passagem



Segundo normas DIN e ASA,  
para líquidos, vapores e gases  
(incluindo Cl, NH<sub>3</sub> e SO<sub>2</sub> ).  
Execução em ferro fundido, aço  
vazado, aço inoxidável  
e ligas especiais.  
Diâmetros nominais de 10 a 600mm.  
Pressões nominais de 4 a 40 kg./cm<sup>2</sup>.

ESTUDOS • PROJECTOS  
ORÇAMENTOS  
ASSISTÊNCIA TÉCNICA



**SOCIEDADE PORTUGUESA  
DE VÁLVULAS, L<sup>DA</sup>**

Rua da Academia das Ciências, n.º 5,  
Lisboa-2 - Telefone P.P.C.A. 320011.

**fundações  
sondagens**

# Sopecate

**especialista há 1¼ de século**

rua do arsenal.146-2º tlf.34010 • Lisboa

## SOCIEDADE INDUSTRIAL METALÚRGICA

RESPONSABILIDADE LIMITADA

(REGISTADO)

• •

**SERRALHARIAS,**

**CALDEIRARIA,**

**FERRARIA,**

**FUNDIÇÕES**

• •

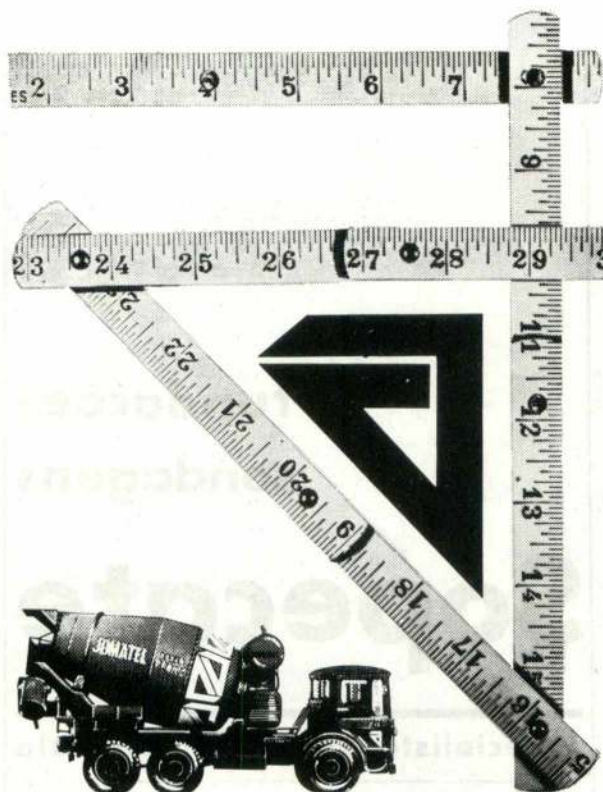
ESCRITÓRIO:

RUA DE S. TIAGO, 13

TELEF. 86 19 72

LISBOA





# JOMATEL

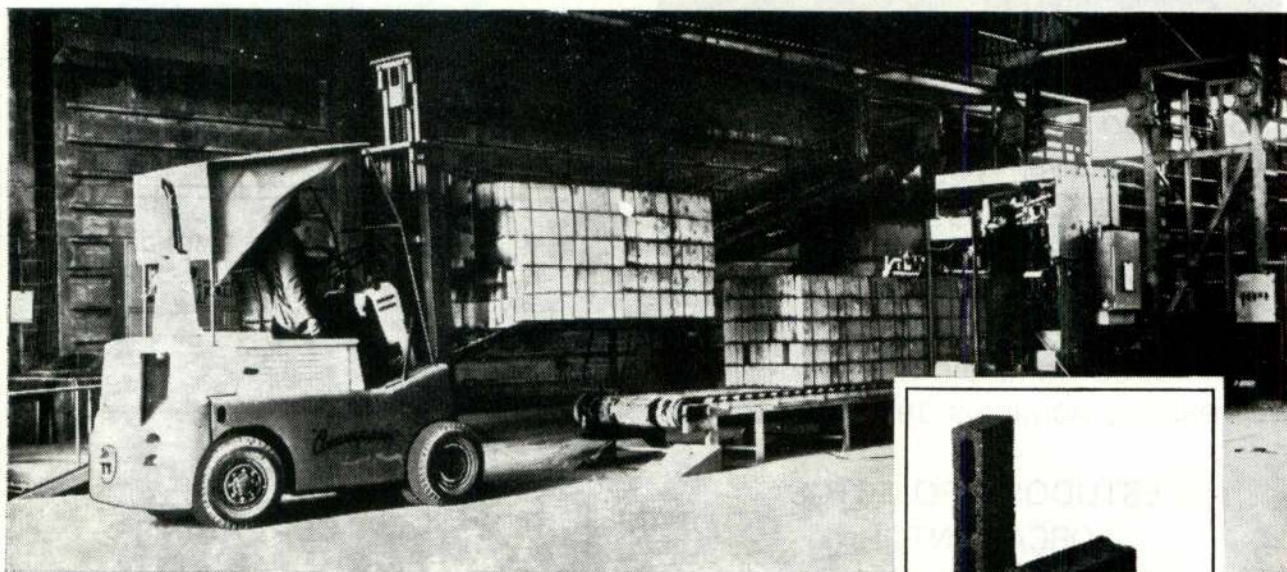
## Betão Pronto de alta qualidade

Auto-bombas de grande rendimento  
e alta capacidade elevatória  
Betões de dosagem e de resistência  
Betões ligeiros com Leca  
Pontualidade nos fornecimentos

# JOMATEL

EMPRESA DE MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO, S.A.R.L.

Telef. 385104/27



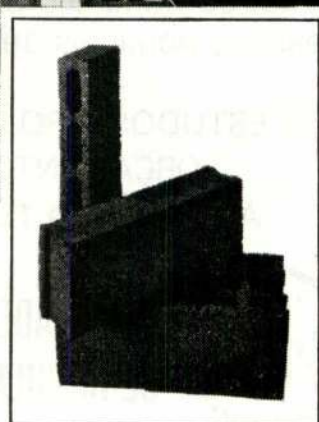
Pré-fabricação automática com controlos laboratoriais sistemáticos

Capacidade de produção  
- consoante as dimensões -  
de 1.000 a 4.000 Elementos  
por hora e por linha de fabrico  
(cerca de 12 m<sup>3</sup>/hora  
de betão de Leca)

## Leca betão

PRÉ-FABRICADOS COM ARGILA EXPANDIDA, S.A.R.L.

LEIRIA LISBOA TEL.537748 SANTAREM





# Resumo dos artigos publicados na Técnica n.º 418

Ano XLVII — Dezembro 1972

C. D. U. 519.34

EDUARDO ROMANO ARANTES E OLIVEIRA

## TEOREMAS DE CONVERGÊNCIA NOS MÉTODOS VARIACIONAIS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 111 - 116

Apresenta-se uma teoria dos métodos variacionais a qual pressupõe a existência de um princípio de mínimo. A solução exacta do problema variacional supõe-se pertencer a um espaço de Banach,  $X$ , onde cada elemento minimiza um determinado funcional numa certa classe de elementos.

Considera-se um operador que faz corresponder a cada elemento de  $X$  um elemento de um dos subespaços de  $X$ , o qual elemento se denomina aproximação do primeiro. Enunciam-se e demonstram-se teoremas que estabelecem limites superiores para a distância de cada elemento  $X$  e a sua aproximação.

A teoria pode ser utilizada em situações mais gerais que a correspondente ao método de Ritz. Tem, muito especialmente, o interesse de permitir enquadrar os problemas de convergência do método dos elementos finitos.

ANTÓNIO LEITE

C. D. U. 621.165+621.438 : 621.018

## NOTA SOBRE CONDIÇÕES DE RENDIMENTO MÁXIMO DUMA TURBINA ISENTROPICA

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 137 - 142

Pretendeu-se mostrar que a discordância entre alguns autores quanto à condição de rendimento máximo dum andar isolado é apenas aparente.

Determinou-se, para isso, as condições de rendimento máximo fixando alternativamente (a) o grau de reacção e o coeficiente de caudal, (b) o grau de reacção e o ângulo da velocidade absoluta à entrada das pás móveis, (c) o factor de carga e o coeficiente caudal, (d) o factor de carga e o ângulo da velocidade absoluta e (e) o coeficiente de caudal e o ângulo da velocidade absoluta. Verificou-se que as hipóteses (b) e (e) correspondem às condições de rendimento vulgarmente apresentadas na literatura e resume-se a aplicabilidade dos vários casos.

C. D. U. 624.131.439:539.501

F. MACHADO  
e M. E. CORTE-REAL

## SOBRE A REOLOGIA DE AREIAS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 117 - 124

A partir da vibração em ressonância de tubos metálicos cheios com material granular, é possível determinar os parâmetros reológicos do enchimento. Um ensaio com uma areia de mármore mostrou que se pode atribuir a esta areia comportamento visco-elástico (corpo de Maxwell). O método parece aplicável a problemas de Mecânica dos Solos.

C. DINIS DA GAMA

C. D. U. 771.1 : 778.37 : 535 - 3

## O LABORATÓRIO DE FOTOGRAFIA A ULTRA-ALTA VELOCIDADE DA UNIVERSIDADE DE LUANDA

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 143 - 148

É feita uma breve descrição do Laboratório de Fotografia a Ultra-Alta Velocidade da U.L., realçando as principais características do equipamento nele instalado.

Apresentam-se exemplos de resultados experimentais já obtidos e referem-se alguns projectos de investigação que serão empreendidos dentro do Laboratório.

MARIA OLINDA BRAGA

C. D. U. 666.942

## MICROSCOPIA QUANTITATIVA DE CLINQUERES E CIMENTOS PORTLAND

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 125 - 135

A microscopia óptica com luz reflectida apresenta grande interesse no estudo do clínquer e do cimento portland pelo seu duplo aspecto:

- Qualitativo, facultando a observação directa da estrutura e textura dos grãos de clínquer.
- Quantitativo, possibilitando a determinação directa das proporções dos seus constituintes.

No presente trabalho, após breve revisão dos aspectos fundamentais respeitantes à composição do clínquer e análise microscópica qualitativa, descreve-se a técnica de determinação quantitativa das fases pelo método de contagem de pontos com uma ocular integradora de retículo de pontos.

C. D. U. 66.065.5 : 548.5

CLEMENTE MANUEL PEDRO VICENTE NUNES  
C. M. VAN 'T LAND

## INTERPRETAÇÃO DE ANÁLISES GRANULOMÉTRICAS DOS PRODUTOS DE CRISTALIZADORES INDUSTRIAIS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 149 - 158

«Algumas representações gráficas, de produtos de cristalizadores industriais, são já bem conhecidas. No entanto, as formas tradicionais, não fornecem nenhuma indicação quanto ao processo de cristalização.

Larson e Randolph, recentemente, introduziram o cálculo da densidade de população que pode ser facilmente obtido a partir duma análise granulométrica vulgar. A partir deste cálculo podem ser obtidos os valores do coeficiente de crescimento linear, e do coeficiente de nucleação dos cristais no cristizador em consideração.

Neste ponto, estamos também em condições de deduzir métodos e regras para mudar ou obter uma determinada distribuição granulométrica.

Neste artigo evidenciam-se algumas vantagens deste novo método.»

# Synopsis of articles published in «Técnica» n.º 418

XLVII — December 1972

ANTONIO LEITE U. D. C. 621.165+621.438 : 621.018

## NOTE ON MAXIMUM TOTAL TO STATIC EFFICIENCY OF AN ISENTROPIC AXIAL TURBINE STAGE

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 137 - 142

The disagreement between several authors in regard to the condition for maximum total to static efficiency to an axial turbine stage is shown to be only apparent. In order to do this, several conditions are derived, assuming for each one a different pair of fixed parameters. A criterium for selection of the adequate condition is outlined and an example of its use is given.

U. D. C. 519.34

EDUARDO ROMANO DE ARANTES E OLIVEIRA

## CONVERGENCE THEOREMS IN VARIATIONAL METHODS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 111 - 116

A theory of variational methods is presented which supposes a minimum principle.

The exact solution of the variational problem is supposed to belong to a Banach space,  $X$ , where each element minimizes a certain functional on a certain class of elements. An operator is considered which associates to each element of  $X$  an element belonging to a subspace of  $X$ . This element is called the approximation of the first.

Theorems are stated and demonstrated which establish upper bounds for the distance between each element in  $X$  and its approximation.

The theory can be used in more general situations than the one corresponding to Ritz's method. It provides namely an ideal frame for analyzing convergence in the finite element technique.

C. DINIS DA GAMA U. D. C. 771.1 : 778.37 : 535 - 3

## THE ULTRA-HIGH SPEED PHOTOGRAPHY LABORATORY AT THE UNIVERSITY OF LUANDA

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 143 - 148

A brief description of the U. L. Ultra-High Speed Photography Laboratory is presented, with particular reference to the equipment main characteristics. Examples of some experimental results already attained are shown, and the possibility of future projects within the Laboratory is underlined.

U. D. C. 624.131.439:539.501

F. MACHADO

e M. E. CORTE-REAL

## ON THE RHEOLOGY OF SANDY MATERIALS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 117 - 124

A method (based on resonant vibration) was developed for measuring the rheological constants of sandy material contained in small metallic pipes. A test on a marble sand showed that a viscoelastic behaviour (Maxwell body) can be ascribed to this material. The method is expected to be useful for some problems of Soil Mechanics.

U. D. C. 66.065.5 : 548.5

CLEMENTE MANUEL PEDRO VICENTE NUNES  
C. M. VAN 'T LAND

## INTERPRETING SIEVE ANALYSES OF PRODUCTS OF INDUSTRIAL CRYSTALLIZERS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 149 - 158

Graphical representations of the products of industrial crystallizers are well known. The traditional ways of representation bear no relationship to the process of crystallization. Larson and Randolph recently introduced the population density plot which can be easily derived from a normal sieve analysis. From these plots data may be obtained about the linear rate of growth and the nucleation rate of the crystals in the crystallizer under consideration. From the plots rules and methods may be derived for changing or obtaining a given crystal size distribution. In this paper the merits of the new method are discussed.

MARIA OLINDA BRAGA

U. D. C. 666.942

## QUANTITATIVE MICROSCOPY OF CLINKERS AND PORTLAND CEMENTS

Técnica N.º 418 — XLVII — 12-1972, p. 125 - 135

The reflected light optical microscopy is of great interest for the study of clinker and portland cement, both from the qualitative viewpoint since it allows the examination of the structure and texture of the clinker grains, and from the quantitative viewpoint as it is possible to determine the proportions of its constituents.

In the present work, after a brief review of the fundamental aspects related to clinker composition and to qualitative microscopic analysis, a description is made of the technique of quantitative determination of phases by the point counting method using a integrating eyepiece with point grid.



# BIBLIOGRAFIA

## ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 656.2.073.42 (68)

Établissement d'une nouvelle artère ferroviaire sud-africaine en vue des exportations de charbon — *G. Everwyn*  
Rail Int., 3 (2) 1972, 113 - 115

C. D. U. 656.25.027.1

Signalisation pour les trains à grande vitesse — *J. F. Tyler*  
Rail Int., 3 (2), 1972, 93 - 101

C. D. U. 658.562.012.7 : 077.52 : 681.3

Unité centrale, équipée d'un calculateur Siemens 101, pour contrôleurs automatiques du système de contrôle intégré 70 — *Fischer, M.*  
Rev. Siemens, 29 (1971) N.º 4, pags. 173 - 175

C. D. U. 658.562.012.7 : 077.52 : 681.3

Unités centrales, équipées d'un calculateur du système Siemens 300, pour contrôleurs automatiques du système de contrôle intégré 70 — *Plobb, R.*  
Rev. Siemens 29 (1971) N.º 4, pags. 169 - 172

C. D. U. 658.57 : 331.875 : 656.2

Méthode pour la détermination des valeurs optimales à retenir pour le poids et la vitesse des trains de voyageurs — *F. P. Kotchnev*  
Rail Int. 3 (2) 1972, 102 - 113

C. D. U. 663.6

Nuevo Método en la depuración de aguas residuales — *Justo Leácer*  
Informes de la Construcción, 24 (238), pags. 69 - 72, Marzo 1972

C. D. U. 666.912 : 621.316.7-523.8 : 681.3

Commande par calculateur industriel d'un four à chaux droit, chauffé au coke — *Fischbach, H.-P.; Kampke, H.*  
Rev. Siemens 29 (1971) N.º 2, pags. 79 - 83

C. D. U. 669 : 539.42

Casos de fractura em camisas de motor Diesel — *A. Seabra*  
Memória 388 do LNEC, 1971

C. D. U. 669.18 - 982.046.517

Estudos sobre cinetica da desgasificação em vacío do Hierro y del acero fundidos — *J. Calvo Gomez*  
Rev. Met. CENIM, 7 (3) 1971, 218 - 229

C. D. U. 669.2.886 : 669.5

Contribution a L'étude de l'influence de la composition du bain de zinc sur la résistance a la corrosion obtenus par galvanisation — *Claude Cabrillac*  
Electricité de France, 2-1970, N.º 2, pag. 43

C. D. U. 675.042

Études concernant l'amélioration de la qualité de l'extrait de bois de chêne — *Gh. Chiriță A. Ciobanu, M. Maucin*  
Bul. Inst. Pol. Iasi, 17 (21), f. III - 2 (1971) pag. 115

C. D. U. 678.84 (045) = 60

Siliconas — *G. Muntaner*  
ION, 31 (1971), pag. 716

C. D. U. 681.32 : 6

Los ordenadores de procesos - algunos casos concretos de su aplicación — *Rafael Magallon Martinez*  
Anales de mecanica y electricidad, 1-2/71, vol. 68, N.º 1, págs. 47 - 54

C. D. U. 681.4.001.1

Aplicación de los metodos de programación dinámica, cuadrática y entera al problema de selección de proyectos — *Valentin P. de Heredia*  
DYNA, 46 (10) 1971, 453 - 459

C. D. U. 691.175.742.2-462 : 620.193  
691.175.742.2-462 : 696.1

Recomendações na utilização de tubos de polietileno na construção — *Fernando de Moura Leal*  
Memórias da Ordem dos Engenheiros, 1971, col. (EC-2)

C. D. U. 696.6 (469.4)

As instalações eléctricas em Portugal — *José Ribeiro Pereira*  
Engenho, 26 (4) 1971, 219 - 224

C. D. U. 699.8 : (045) = 60

Protección del hormigón frente a los agentes agresivos — *O. F.-P. Secades*  
ION, 32, p. 160 (1972)

C. D. U. 62 : 008

Consequências sociais da técnica — *Joaquim Salgado*  
Electricidade, 16 (86) (1972) pag. 541

C. D. U. 532.5.57

Caudales corregidos  
Dyna (1970), Vol. 45, N.º 10, Pág. 401

C. D. U. 537.311

Fenómenos não-lineares em electrotécnica — *Franklin Guerra*  
Electricidade 16 (1972), Pág. 79, 80, 81, 82, 83

C. D. U. 620.172.22

Normas U. N. E. «Ensayo de tracción para tubos de metales ligeros y sus aleaciones»  
Cenim (1971), Vol. 7, N.º 1, Pág. 77

C. D. U. 621.3.016/.017 : 628 : 518

Energia eléctrica e poluição térmica — *M. H. Mariano e M. C. Leal*  
Electricidade 15 (69) (1971) Pág. 23

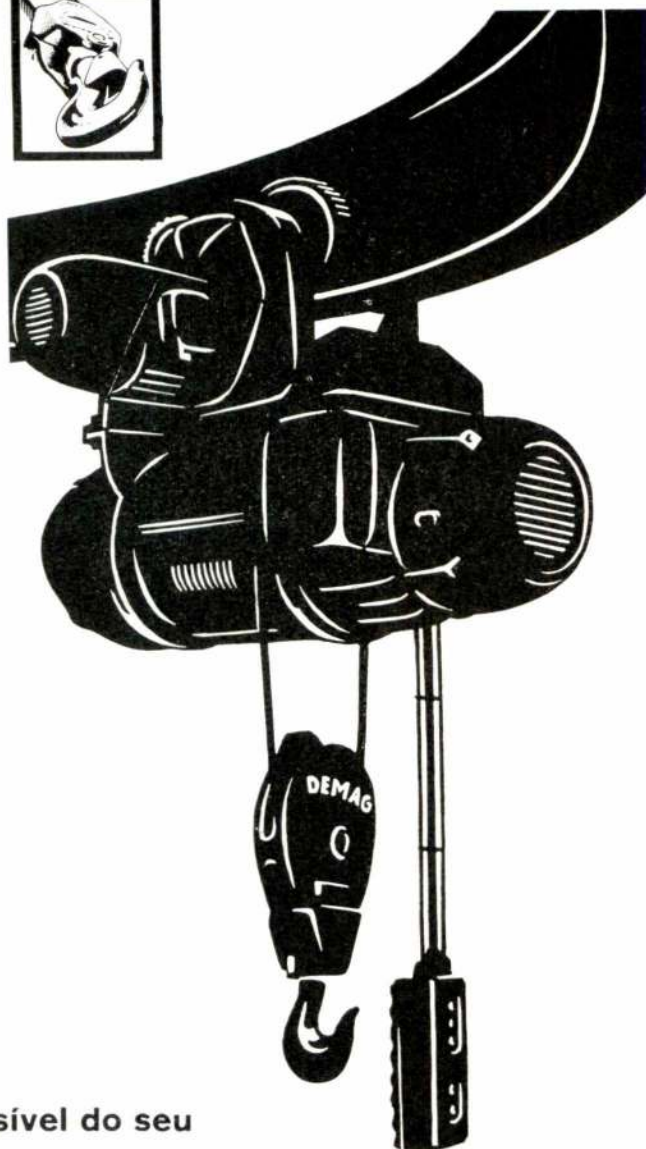
C. D. U. 621.314.026.45

Large Power transformers — *Josef Kreuzer*  
Elin - Journal (1971) Pág. 13-24

C. D. U. 621.314 : 681.32

The calculation of impulse stresses in transformers using a digital computer — *G. Preininger*  
Blin - Journal (1971) Pág. 25-36

**DEMAG** EQUIPA TODA A INDUSTRIA



**Não exija o impossível do seu aparelho «Demag».**

No entanto a elevação de cargas até 10 ton não constitui problema para o diferencial eléctrico «Demag».

**Características:**

Grande velocidade de elevação - fixos e móveis - motor de rotor deslocável: motor + freio - motor e redutor auxiliar para elevação de precisão - engrenagens de dentes helicoidais, trabalhando em banho de óleo, apoiadas sobre rolamentos - acoplamento rotativo e axial elástico - tambor, cabo, roldanas e gato de carga, calculados segundo as mais recentes prescrições internacionais.

Consulte-nos quando tiver problemas de movimentação de cargas. Aconselhar-vos-emos gratuitamente.



**SOCIEDADE COMERCIAL**  
**ROMAR, LDA.**

LISBOA — TRAVESSA DA GALÉ, N.º 9. TEL. 635670 / 634061 PORTO — R. DE SÁ DABANDEIRA, N.º 589/603. TEL. 25871/3220

TÉCNICA XXV



# EMPRESA ELECTRO CERÂMICA

S. A. R. L.

FABRICANTE DE  
ISOLADORES PARA  
EQUIPAMENTO DE  
SUB-ESTAÇÕES TRANS-  
FORMADORES E DE  
LINHAS DE TRANS-  
PORTE DE ENERGIA  
EM ALTA TENSÃO

fabrica igualmente

isoladores de baixa tensão  
pequena aparelhagem eléctrica em  
baquelite e porcelana  
elubo plástico "Polivojt" para pro-  
tecção de condutores  
material em refractário especial  
para aparelhos de aquecimento

DANIEL VIDAS

SEDE - L. BARÃO DE QUINTELA 3-1 - LISBOA  
FABRICA - CANDAL - VILA NOVA DE GAIA

EC 61-1

BLOCOS DE ALVENARIA  
E PAVIMENTO

BETÕES DE ISOLAMENTO  
E DE ENCHIMENTO

BETÕES RESISTENTES  
E REFRACTÁRIOS

PRÉFABRICADOS

PAINEIS PAREDE

*Leca*

**Leca**

ARGILA EXPANDIDA  
O INERTE RESISTENTE, LEVE, ISOLANTE

*Leca*

**ARGILEX** S. A. R. L.

Av. António Augusto de Aguiar, 150 F. 2.º E.  
Telef. 4 78 62 LISBOA 1

## Já pensou...

... que o seu anúncio  
é muito eficaz se for  
publicado na revista que  
os seus clientes lêem?  
Os milhares de exemplares  
de cada número da nossa revista  
são lidos por engenheiros  
e técnicos, por pessoas ligadas  
à indústria, à investigação, ao  
ensino, pelos seus clientes,  
em suma. Consulte-nos

**técnica**

REVISTA DE  
ENGENHARIA

Avenida Rovisco Pais - Lisboa 1 - Telef. 73 15 49

C. D. U. 621.315

The construction of transmission lines under extremely difficult conditions in developing countries. — *H. Krones e outros*

Elin - Journal (1971), Pág. 1-6

C. D. U. 621.315.211

Progressos nos cabos isolados de baixa tensão — *A. Quadros Flores*

Electricidade, (76), (1972), Pág. 55

C. D. U. 621.315.58

Disrupção de dieléctricos líquidos — *Hermínio Duarte Ramos*

Electricidade, 16 (81), (1972), Pág. 318

C. D. U. 621.315.685-213.44

Le matériel électrique de sécurité pour atmosphères explosives; étapes nouvelles — *Calis A.*

Revue ACEC, N.º 3-4, (1971), Pág. 21-26

C. D. U. 621.316.37.027.6-112

Paneles de maniobra de tensión media prefabricados en la técnica convencional — *Klaus Nehl*

AEG - Telefunken al día, (2), (1971), Pág. 37

C. U. D. 621.316.5.001.4

Ensaio de comutação. Curvas de comutação escura — *Olivério Soares*

Electricidade, 16 (84), (1972), Pág. 450

C. D. U. 621.316.57.064.22 : 621.316.92

Refermeture Automatique — *Franz Ilar*

Revue Brown Boveri, 58 (7), (1971), Pág. 287

C. D. U. 621.316.718.5 : 676 : 679.5

La commande sectionnelle des lignes de fabrication dans les industries du papier, des plastiques et du caoutchouc — *Nizet G.*

Revue ACEC, N.º 3-4 (1971), Pág. 3-11

C. D. U. 621.316.925 : 621.313.322-81

La protection des alternateurs de grande puissance — *Richard Wanner*

Revue Brown Boveri, 58 (7), (1971), Pág. 257

C. D. U. 621.316.925 : 621.316.35

Dispositifs statiques de protection des barres omnibus — *Gerd Potisk et Hermann Rondberg*

Revue Brown Boveri, 58 (7), (1971), Pág. 265

C. D. U. 621.316.925 : 621.315.051

Relais de distance avec transmission de signal pour protection principale et protection de réserve — *Helmut Ungard*

Revue Brown Boveri, 58 (7), (1971), Pág. 293

C. D. U. 621.316.925.45 : 621.315.051.027.8

Protection de distance de lignes de transport à haute et à très haute tension — *Venkat Narayan*

Revue Brown Boveri, 58 (7), (1971), Pág. 276

C. D. U. 621.389 : 656.05

Aparelho registador de irregularidades cometidas na condução de veículos automóveis

Engenho, 27 (4), (1972), Pág. 211

C. D. U. 621.67 : 66.067.5

Pompes centrifuge pour l'industrie pétrochimique — *H. Beck et J. Kundig*

Tecniqe Suisse, (1971), N.º 1, Pág. 58

C. D. U. 621.72-233

Forging of axle ends and bearing elements for rear axles for trucks — *W. Koentheuer*

Metalurgia and metal forming, 39 (1972), Pág. 121

C. D. U. 621.771.52.06+621.7=6

Experiencia en la fabricacion de alambre en instalaciones modernas de laminación — *W. Schmenzfeier; B. Hofmann*

Cenim, 12-1970, Vol. 6, N.º 6, Pág. 596

C. D. U. 624.27

Ponte de serviço do estaleiro de construção do aproveitamento hidroeléctrico de Bemposta — *J. M. Oliveira Nunes; E. F. Pimentel Machado*

Electricidade, (76) (1972), Pág. 68

C. D. U. 628.971 : 656.1.08

A iluminação pública e os acidentes de trânsito — *Mário de Sousa Carneiro*

Electricidade, 15 (69), (1971), Pág. 6

C. D. U. 629.13

Visualisation de l'effet de sol a basse vitesse autour d'une maquette d'avion — *Henri Werlé*

La Recherche Aérospatiale O.N.E.R.A., 2-1970, N.º 1970-2, Pág. 79

C. D. U. 656.2.073.42 (68)

Établissement d'une nouvelle artère ferroviaire sud-africaine en vue des exportations de charbon — *G. Everwyn*

Rail Int., 3 (2) 1972, 113-115

C. D. U. 656.25.027.1

Signalisation pour les trains à grande vitesse — *J. F. Tyler*

Rail Int., 3 (2), 1972, 93-101

C. D. U. 658.562.012.7 : 077.52 : 681.3

Unités centrales, équipées d'un ordinateur du système Siemens 300, pour contrôleurs automatiques du système de contrôle intégré 70 — *Plobb, R.*

Rev. Siemens 29 (1971) N.º 4, Págs. 169-172

C. D. U. 658.562.012.7 : 077.52 : 681.3

Unité centrale, équipée d'un ordinateur Siemens 101, pour contrôleurs automatiques du système de contrôle intégré 70 — *Fischer, M.*

Rev. Siemens, 29 (1971) N.º 4, pags. 173-175

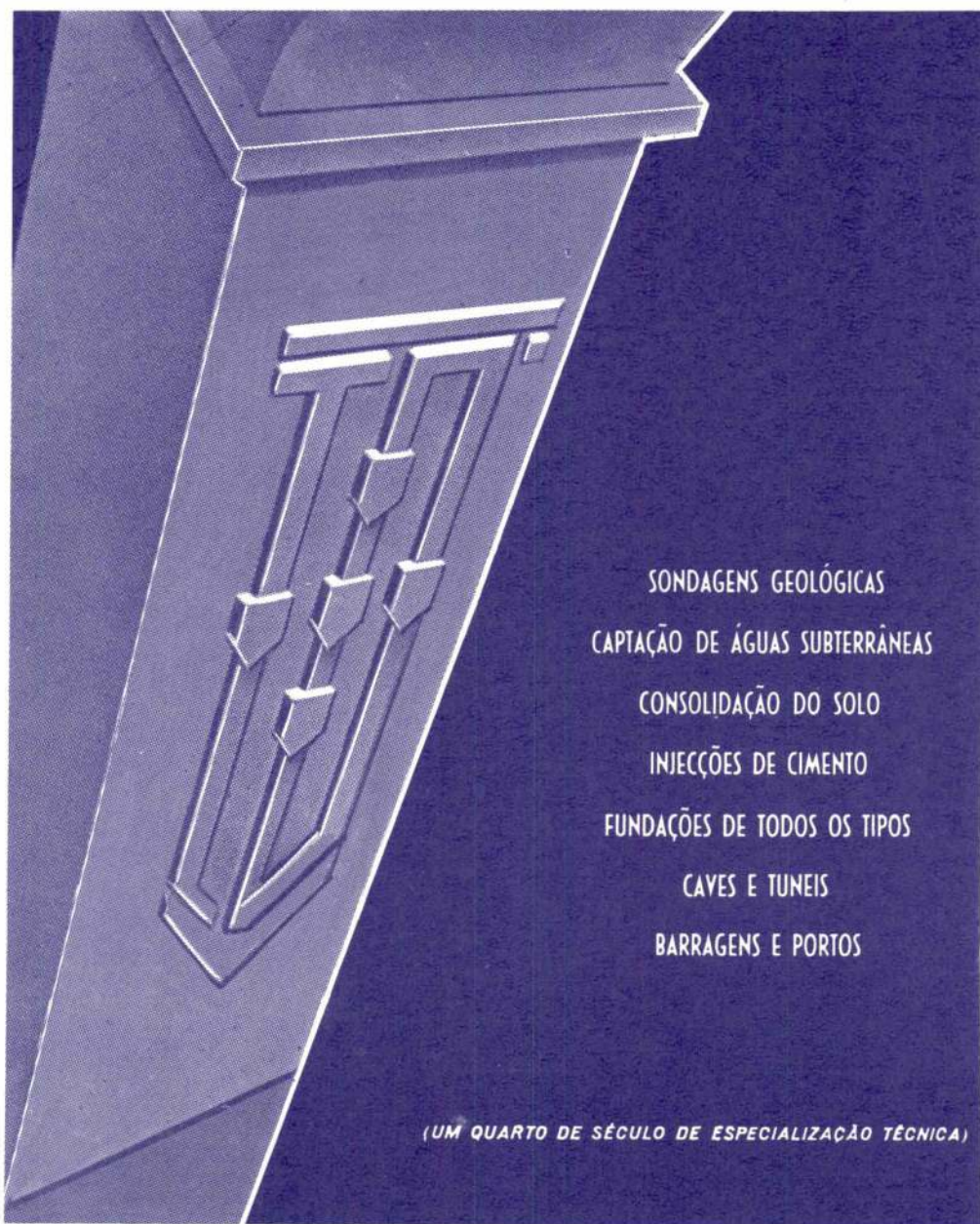


# Empresa de Sondagens e Fundações

## TEIXEIRA DUARTE, L.<sup>DA</sup>

AV. DA REPÚBLICA, 42, 8.º  
TELEFS. 777086/7 e 771265

# LISBOA



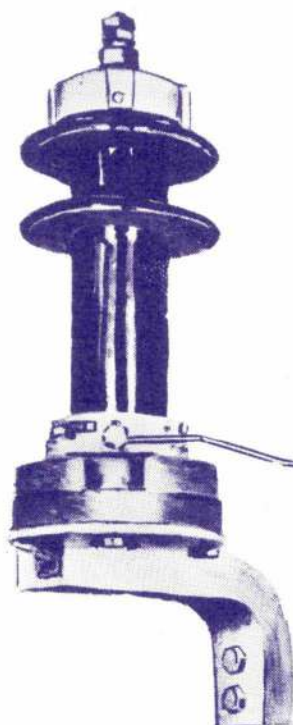
SONDAGENS GEOLÓGICAS  
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS SUBTERRÂNEAS  
CONSOLIDAÇÃO DO SOLO  
INIECÇÕES DE CIMENTO  
FUNDAÇÕES DE TODOS OS TIPOS  
CAVES E TUNEIS  
BARRAGENS E PORTOS

(UM QUARTO DE SÉCULO DE ESPECIALIZAÇÃO TÉCNICA)



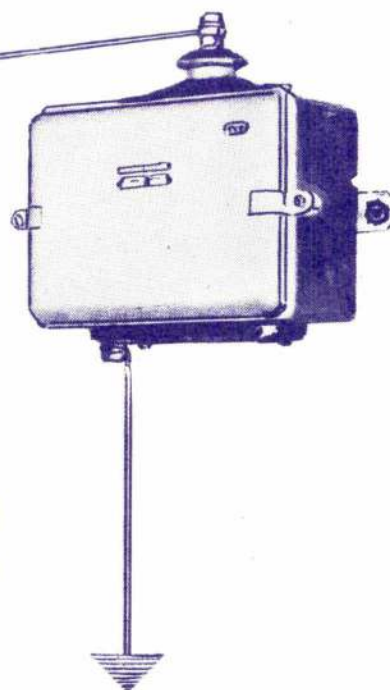
# Pára-raios

## Contadores de descargas



Os vossos pára-raios funcionaram?

Quantas sobretensões eliminaram?



O nosso contador de descargas  
dará resposta a estas perguntas

Para cada problema de protecção, os nossos Serviços  
Técnicos podem indicar a solução mais apropriada

SOC. DE ELECT. **BROWN BOVERI**, LDA.

RUA DE SÁ DA BANDEIRA - 481-2.º TEL. 23411-PORTO